# εικόνα

**ΤΟΜΟΣ Β΄**

**ΣΥΓΓΡΑΦΕΙΣ:**

**Διονύσιος Αναπολιτάνος,** **Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών**

**Δημήτριος Γαβαλάς,** **Καθηγητής β/θμιας εκπαίδευσης**

**Απόστολος Δέμης,** **Καθηγητής β/θμιας εκπαίδευσης**

**Κων/νος Δημητρακόπουλος, Αναπληρωτής καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών**

**Βασίλειος Καρασμάνης,** **Επίκουρος καθηγητής Ε.Μ.Π.**

**Εποπτεία για το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο:**

**Δημήτριος Καραγεώργος,** **Σύμβουλος Π.Ι.**

**ΚΡΙΤΕΣ:**

**Γεώργιος Κολέτσος,** **Αναπληρωτής καθηγητής Ε.Μ.Π.**

**Μιχαήλ Μυτιληναίος,** **Αναπληρωτής καθηγητής Οικονομικού Πανεπιστημίου Αθηνών**

**Κων/νος Μπαλάσκας,** **Σύμβουλος Π.Ι.**

**Επιμέλεια για το Π.Ι.: Γαβαλάς Δημήτριος**

**Εικαστικό εξωφύλλου**: **«Σύνθεση 1991», Σπύρος Ι. Παπασπύρου**

**Ακρυλικό σε MDF, Συλλογή: Μιχαήλ Γκαλπακιώτη**

**Με απόφαση της ελληνικής κυβερνήσεως τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου και του Λυκείου τυπώνονται από τον Οργανισμό Εκδόσεως Διδακτικών βιβλίων και διανέμονται δωρεάν.**

**ΤΟΜΟΣ  Β΄**

**Γ' ΤΑΞΗ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**   
**Θετική & Θεωρητική Κατεύθυνση**   
**Μάθημα Επιλογής**

**ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ**

**Ομάδα εργασίας για το Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής**

**Πολιτικής**

**Προσαρμογή: Μιχαηλίδου Δανάη, Εκπαιδευτικός**

**Eπιμέλεια: Καραπιπέρη Παναγιώτα, Εκπαιδευτικός**

**Επιστημονικός υπεύθυνος: Βασίλης Κουρμπέτης,**

**Σύμβουλος Α΄ του Υ.ΠΟ.ΠΑΙ.Θ**

**Υπεύθυνη του έργου: Μαρία Γελαστοπούλου,**

**M.Ed. Ειδικής Αγωγής**

**Τεχνική υποστήριξη: Κωνσταντίνος Γκυρτής,**

**Δρ. Πληροφορικής**

**ΤΟΜΟΣ Β΄**

**ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΕΘΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ**   
**ΠΑΙΔΑΓΩΓΙΚΟ ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ**  

**ΔΙΟΝΥΣΙΟΣ ΑΝΑΠΟΛΙΤΑΝΟΣ**   
**ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΓΑΒΑΛΑΣ**   
**ΑΠΟΣΤΟΛΟΣ ΔΕΜΗΣ**   
**ΚΩΝΣΤΑΝΤΙΝΟΣ ΔΗΜΗΤΡΑΚΟΠΟΥΛΟΣ**   
**ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ ΚΑΡΑΣΜΑΝΗΣ**

**Ιστορία 8**

**ΛΟΓΙΚΗ**

**ΘΕΩΡΙΑ ΚΑΙ ΠΡΑΚΤΙΚΗ**

**ΤΟΜΟΣ Β΄**

**Γ' ΤΑΞΗ ΕΝΙΑΙΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**   
**Θετική & Θεωρητική Κατεύθυνση**   
**Μάθημα Επιλογής**

**(ΤΟΜΟΣ Β΄)**   
   
**ΑΘΗΝΑ**

III. Κατηγορηματική Λογική

**1. Εισαγωγή**

**Η συμβολική γλώσσα που χρησι­μοποιούμε στην προτασιακή λο­γική συγκροτείται με τέτοιον τρόπο, ώστε δεν έχει τη δυνατό­τητα να εκφράσει τη δομή υπο­κείμενο-κατηγόρημα, καθώς και τη δομή προτά-σεων που αναφέ­ρονται σε σχέσεις μεταξύ ατομι­κοτή-των. Η γλώσσα αυτή δεν εί­ναι αρκετά ευέλικτη για να εκ­φράσει ατομικότητες είτε με συγκεκριμένο είτε με γενικό τρόπο. Για παράδειγμα, στα μαθη­ματικά χρη-σιμοποιούμε σύμβολα για συγκεκριμένες ατομικότη-τες όπως 0 ή 1 καθώς και μεταβλητές (για παράδειγ-μα χ,ψ κτλ.) που αντιπροσωπεύουν ατομικότητες κατά γενικό τρόπο. Στο πλαίσιο της συμβολικής γλώσσας της προ­τασιακής λογικής δεν υπάρχει η δυ-νατότητα να εκφραστούν αυτά τα πράγματα. Επίσης, η γλώσσα αυτή δεν είναι σε θέση να περιγράψει τη δομή προτάσεων που περιέχουν εκφράσεις όπως "κάθε τι" η "μερικά" και άλλες παρόμοιες. Για το λόγο αυτό είναι ανάγκη να προσφύγουμε σε άλλες με-θόδους έκφρασης και μελέτης των προτάσεων, οι οποίες αναδεικνύουν τα στοιχεία που τις συγκρο-τούν και τον τρόπο με τον οποίο αυτά συνδέονται.**

**5 / 107**

**Είναι χαρακτηριστικό ότι στα πλαί­σια της προτα-σιακής λογικής δεν μπορούμε να εκφράσουμε προτά­σεις όπως «κάθε άνθρωπος είναι θνητός» ή «υπάρχει αριθμός μεγα­λύτερος του πέντε». Αυτές οι αδυ­ναμίες θεραπεύονται με την εισαγωγή της κατηγορηματικής λογικής όπως βλέπουμε αμέσως παρα­κάτω.**

**2. Η Δομή Υποκείμενο-Κατηγόρημα**

**Ας θεωρήσουμε τις ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας.**

**(1) «Ο Γιώργος είναι ψηλός»,**

**(2) «Ο Όλυμπος είναι ψηλός»,**

**(3) «Αυτός είναι ψηλός»,**

**(4) «Αυτός που νίκησε στον αγώνα είναι ψηλός»**

**Αυτές έχουν διττή γλωσσική λειτουργία. Από τη μια πλευρά, με τις προτάσεις αυτές αναφερό­μαστε**  **σε κά-ποια ατο­μικότητα, η οποία μπο­ρεί να είναι πρόσωπο, αντικείμενο κάτι αφηρη­μένο (ιδέα, έννοια, απoκύημα φαντασίας κτλ.) Η αναφορά αυτή γίνεται διαμέσου ποι-κίλων γλωσσικών μονάδων, όπως είναι τα κύρια ονό-ματα (Γιώργος, Όλυμπος), οι προσωπι­κές αντωνυμίες (αυτός) διάφοροι περιγραφικοί προσδιορισμοί που μπορεί να είναι και ολόκληρες προ­τάσεις (αυτός που νίκησε στον αγώνα) κτλ. Όλα αυτά θα τα καλούμε ονό-ματα. Το όνομα που αναφέρεται στην ατομικότητα κα­λείται υποκείμενο της πρότασης.**

**6 / 107-108**

**Από την άλλη πλευρά, με αυτές τις προτάσεις κατη-γορούμε, δηλαδή αποδίδουμε μια ιδιότητα στην ατο­μι-κότητα στην οποία αναφερό­μαστε. Το μέρος της πρότα-σης δια του οποίου γίνεται η κατηγόρηση καλείται** **κα-τηγόρημα**. **Παρατηρούμε ότι στις πιο πάνω προτάσεις το κα­τηγόρημα είναι το κοινό τους μέρος, δηλαδή η έκφραση «είναι ψηλό».**

**Οι προτάσεις αυτές λοιπόν έχουν δύο μέρη, το υπο-κείμενο και το κα­τηγόρημα:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ο Γιώργος** |  | **είναι ψηλός** |
| **Υποκείμενο** |  | **κατηγόρημα** |

**Από άποψη σύνταξης το κατηγό­ρημα εμφανίζεται με τη μορφή μιας διαδοχής ενός κενού και λέξεων έτσι ώστε, αν στη θέση του κενού τοποθετηθεί το όνομα μιας ατομικό­τητας, δημιουργείται μια πρόταση της φυσικής γλώσσας. Ας θεωρή­σουμε, για παράδειγμα, το κατηγό­ρημα "είναι ποιητής", το οποίο συντακτικά εμφανίζεται ως διαδοχή «...είναι ποιητής». Αν στη θέση του κενού τοποθετήσουμε τα ονόματα Όμηρος, Καβάφης, Πλάτων, παίρ­νουμε τις προτάσεις: «ο Όμηρος εί­ναι ποιητής», «ο Καβάφης, είναι ποιητής», «ο Πλάτων είναι ποιητής».**

**Για λόγους ευκολίας επιλέγουμε τα αρχικά κεφαλαία γράμματα της αλφαβήτου για να δηλώνουμε συγκεκρι-μένα κατηγορήματα. Τα γράμματα αυτά (συχνά τα χρη-σι­μοποιούμε και με δείκτες) τα ονο­μάζουμε κατηγορη-ματικές μεταβλη­τές και καταχρηστικά μερικές φορές τα ονομάζουμε και αυτά κατηγορή­ματα. Τα αρχικά μικρά γράμματα της αλφαβήτου τα χρησιμοποιούμε για να δηλώνουμε συγκεκριμένα ονόματα και τα ονομάζουμε ατομι­κές σταθερές ή απλά σταθερές. Συχνά τα χρησι-μοποιούμε με δείκτες . Έτσι, αν επιλέξω το Α για να δηλώνει το «...είναι ψηλός,» και το γ για να δηλώνει το «ο Γιώργος», τότε η πρόταση**

**7 / 108-109**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ο Γιώργος** |  | **είναι ψηλός** |
| **γ** |  | **Α** |

**δηλώνεται με τη διαδοχή Α(γ). Η διαδοχή αυτή δεν είναι πρόταση, αλλά το σύμβολο της πιο πάνω συγκεκριμέ-νης πρότασης. Η πρό­ταση αυτή είναι έκφραση της φυσι­κής γλώσσας, ενώ το Α(γ) είναι έκ­φραση της συμ-βολικής γλώσσας που χρησιμοποιούμε στη λογική. Αν για σύμβολο του "ο Όλυμπος" επιλέξουμε το β και για το «αυτός που νίκησε στον αγώνα» το α, τότε οι προ-τάσεις «ο Όλυμπος είναι ψηλός» και "αυτός που νίκη-σε στον αγώνα είναι ψηλός" δηλώνονται με τις εκφρά-σεις Α(β) και Α(α) αντιστοίχως. Παρατηρούμε ότι έτσι χρησιμοποιούμε για τις απλές προ­τάσεις συμβολικές εκφράσεις οι οποίες περιέχουν ανεξάρτητα σύμ­βολα για κάθε ένα από τα δύο μέρη των προτάσεων, δηλαδή το υπο­κείμενο και το κατηγόρημα. Με αυ­τόν τον τρόπο έχουμε ένα ευέλικτο μέσον**

**Ιστορία 4η Η Μαντεψιά**

**Κατά τη διάρκεια ενός παιγνιδιού με χαρτιά τραβιούνται τρεις άσσοι, χωρίς να αποκαλυφθούν, και ζητεί­ται από τον Κώστα, το Νίκο και τη Γεωργία να μαντέψουν τι είδους εί­ναι ο κάθε άσσος. Οι απαντήσεις τους ήταν οι εξής:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **1° χαρτί** | **2° χαρτί** | **3° χαρτί** |
| **Κώστας** | **Κούπα** | **σπαθί** | **μπαστούνι** |
| **Νίκος** | **Κούπα** | **καρό** | **μπαστούνι** |
| **Γεωργία** | **Καρό** | **σπαθί** | **Κούπα** |

**8 / 109-110**

**Με δεδομένα ότι: (α) τουλάχιστον ένας μάντεψε σωστά τον κάθε άσσο, (β) καθένας μάντεψε σωστά τουλάχι-στον δυο φύλλα και (γ) κα­νένα ζεύγος προσώπων δε μάντεψε σωστά ακριβώς τον ίδιο αριθμό χαρτιών, να βρείτε τι είδους ακρι­βώς ήταν κάθε χαρτί.**

**συμβολικής έκφρασης των απλών προτάσεων με το ο-ποίο αναδεικνύεται η συγκρότησή τους. Αντιθέτως στην προτασιακή λογική χρησιμοποιούμε τις προτασιακές μεταβλητές οι οποίες δεν αναδεικνύουν τη δομή των απλών προτάσεων. (Εδώ πρέπει να πούμε ότι παρ' ότι στη φυ­σική γλώσσα το υποκείμενο προηγεί­ται του κατηγορήματος, στη λογική έχει επικρατήσει να γρά-φουμε πρώτα το κατηγορηματικό σύμβολο και μετά την ατομική στα­θερά).**

**Οι πιο πάνω προτάσεις (1), (2), (3) και (4) έχουν κοινό μέρος το κατη­γόρημα και την ίδια δομή την ίδια σύντα-ξη. Αυτό το οποίο είναι δια­φορετικό σε κάθε μια από αυτές εί­ναι το όνομα που έχει τη θέση του υποκειμένου.**

**Στη συμβολική γλώσσα από τη μια πλευρά χρησιμο-ποιούμε κάποιο κεφαλαίο γράμμα (εδώ έχουμε χρησι-μοποιήσει το Α) για να δηλώ­νει το κατηγόρημα και από την άλλη χρησιμοποιούμε ένα από τα τελευταία μικρά γράμματα της ελ­ληνικής αλφαβήτου-συνήθως τα χ,ψ,ω- συχνά με δείκτες στη θέση του υποκειμένου. Αυτά τα γράμ­μα-τα τα** **ονομάζουμε**  **ατομικές μεταβλητές**  **ή απλά**  **μεταβλητές. Έτσι η διαδοχή**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **…..** |  | **είναι ψηλός** |
| **χ** |  | **Α** |

**αποδίδεται στη συμβολική γλώσσα με την έκφραση Α(χ), την οποία διαβάζουμε: «Α του χ». Η έκφραση αυτή καλείται τύπος.**

**9 / 109-110**

**Εδώ πρέπει να επισημάνουμε τις διαφορές μεταξύ του Α (χ) και της έκφρασης που προκύπτει αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε μια ατο­μική σταθερά, ας πούμε το γ. Όπως έχουμε ήδη πει, το Α(γ) είναι το σύμβολο της συγκεκριμένης πρό­τασης «ο Γιώργος είναι ψηλός». Δεν συμβαίνει όμως το ίδιο για το Α(χ). Για να προκύψει σύμβολο μιας συγκεκριμένης πρότασης πρέπει να αντικαταστήσουμε το χ με το σύμβολο ενός συγκεκρι-μένου ονόματος. Για παράδειγμα αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το β παίρνουμε το Α(β), το οποίο είναι το σύμβολο της πρότασης: «ο Όλυμπος είναι ψηλός». Ή μπορούμε να πούμε, κατ' ευθείαν ότι, κα­θώς το Α είναι σύμβολο του κατη­γορήματος είναι ψηλός, τότε αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το όνομα ο πύργος του Eiffel*,*** **θα πά­ρουμε την πρόταση «ο πύργος του Eiffel είναι ψηλός». Επομένως, το Α(χ) παράγει ατέλειωτο πλήθος προτάσεων. Μπορούμε να πούμε ότι αποτελεί το σύμβολο της κοινής συντακτικής δομής όλων των προ­τάσεων, που παράγονται από το συγκεκριμένο κατηγόρημα Α:** **είναι ψηλός*.***

**Εδώ πρέπει να πούμε όχι δεν έχει σημασία το ποια ατομική μεταβλητή χρησιμοποιούμε με το κατηγορη-ματικό σύμβολο. Τα Α(χ), Α(ψ), Α(ω) αδιαφόρως παρά-γουν τις ίδιες ακριβώς προτάσεις, συνε­πώς μπορούμε να πούμε ότι απο­τελούν διαφορετικές μορφές του ίδιου τύπου.**

**Ας δούμε άλλο ένα παράδειγμα: Αν επιλέξουμε την κατηγορηματική σταθερά β για να δηλώσουμε το κα­τηγόρημα «είναι ποιητής» και τις ατομικές σταθερές δ1, δ2, και δ3, για να δηλώσουμε τα ονόματα "Όμηρος", "Καβάφης" και "Πλάτων" αντιστοίχως, τότε η έκφραση β(χ) αποτελεί το σύμβολο της δομής όλων των προτά-σεων που είναι όμοιες με τις προτάσεις «ο Όμηρος είναι ποιητής», «ο Καβάφης είναι ποιητής», «ο Πλάτων είναι ποιη­τής».**

**10 /110-111**

**Παρατηρούμε τα εξής:**

**• Αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το όνομα**  **ο Καβά­φης**  **και στη θέση του β το** **είναι ποιητής,** **παίρ-νουμε την πρόταση «ο Καβάφης είναι ποιητής».**

**• Αν στη θέση του χ τοποθετήσουμε το δ2, παίρνουμε την έκφραση B(δ2), η οποία είναι το σύμβολο της προη-γούμενης πρότασης.**

**Β(χ)**

**Β(δ1) Β(δ2) Β(δ3)**

**ο Όμηρος ο Καβάφης ο Πλάτων**

**είναι είναι είναι**

**ποιητής ποιητής ποιητής**

**Ερώτηση**

**Ερωτήσεις**

**1.Τι ονομάζουμε υποκείμενο και τι κατηγόρημα σε μια πρόταση της φυσικής γλώσσας;**

**Ασκήσεις**

**1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:**

**11 / 111-112**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **i. Ο Γιώργος είναι μαθητής του λυκείου  iii. Ο Γιώργος γράφει ποιήματα** |  | **ii. Η Μαρία είναι μαθήτρια του λυκείου  iv. Η Μαρία είναι ψηλή.** |

**3. Πολυμελή Κατηγορήματα**

**Σε αντίθεση με τις προτάσεις που μελετήσαμε στα προηγούμενα και οι οποίες περιέχουν ένα όνομα στη θέση του υποκειμένου, υπάρχουν άλλες, οι οποίες περιέχουν δύο ή περισσότερα ονόματα. Τέτοια πρό­ταση, για παράδειγμα, είναι η ακό­λουθη:**

**(1) «ο Γιώργος και ο Κώστας είναι υπάλληλοι».**

**Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αυτή είναι σύντομη μορφή της συζευκτικής πρότασης «ο Γιώργος εί­ναι υπάλληλος και ο Κώστας είναι υπάλληλος». Είναι δηλαδή ταυτόσημη με τη σύζευξη δύο προτά­σεων με το ίδιο κατηγόρημα. Όμως υπάρχουν και προτάσεις της φυσι­κής γλώσσας όπως η:**

**(2) «Ο Γιώργος και ο Κώστας είναι συνάδελφοι» τις οποίες δεν μπο­ρούμε να αναλύσουμε όπως την προη-γούμενη. Αν η πρόταση (2) θεωρηθεί ως σύζευξη με τον ίδιο τρόπο που θεωρήθηκε η (1), τότε παίρνει τη μορ-φή: «ο Γιώργος είναι συνάδελφος και ο Κώστας είναι συνάδελφος». Αυτή όμως δεν έχει κανένα νόημα. Αντί-θετα, μπορούμε να τη θεωρήσουμε ως συζευκτική πρό-ταση με τη μορφή «ο Γιώργος είναι συνάδελφος του Κώστα και ο Κώστας είναι συνάδελφος του Γιώργου». (Αυτή βεβαίως έχει την ίδια σημασία με μια οποιαδή-ποτε από τις δύο συνιστώσες της, για παράδειγμα, με την «ο Γιώργος εί­ναι συνάδελφος του Κώστα»).**

**12 / 112-113**

**Είναι φανερό πως η διαφορά με­ταξύ των δύο προτά-σεων (1) και (2) οφείλεται στο γεγονός πως με την έκ-φραση «είναι συνάδελφος» δεν αποδίδουμε μια ιδιό-τητα σε ένα πρόσωπο, όπως γίνεται με την έκ­φραση «είναι υπάλληλος», αλλά** **βε­βαιώνουμε ότι δύο πρόσω-πα έχουν μια σχέση μεταξύ τους. Δεν έχει νό­ημα να λέμε ότι «ο Κώστας είναι συνάδελφος» αλλά ότι «ο Κώστας είναι συνάδελφος του Γιώργου».**

**Μια έκφραση όπως η «είναι συνά­δελφος» καλείται** **σχέση.** **Από άποψη σύνταξης εμφανίζεται με τη μορφή μιας διαδοχής λέξεων και δύο κενών. Αν τα κενά συ-μπληρω­θούν με τα ονόματα δύο ατομικοτή­των, δημι-ουργείται μια πρόταση. Για παράδειγμα, η σχέση «είναι μα­θητής του» συντακτικά εμφανίζεται ως η διαδοχή: «...είναι μαθητής τού...». Αν τα κενά της συμπληρω­θούν, για παράδειγμα, με τα ονό­ματα «Πλάτων» και «Σωκρά-της» παίρνουμε την πρόταση: «ο Πλά­των είναι μαθη-τής τού Σωκράτη». Εδώ πρέπει να προσέξουμε ότι αν στο πρώτο κενό τοποθετήσουμε το όνομα "Σωκράτης" και στο δεύτερο κενό το όνομα "Πλάτων", τότε παίρ-νουμε την πρόταση: «Σωκρά­της είναι μαθητής του Πλάτων». Αυτή βεβαίως έχει εντελώς διαφο­ρετική ση-μασία από εκείνη της προηγούμενης πρότασης. Συχνά λοιπόν είναι καθοριστική η διάταξη των ονομάτων με τα οποία συμ­πληρώνουμε μια σχέση. βεβαίως υπάρχουν και περιπτώσεις όπως η σχέση «είναι συνάδελφος», ό-που η διάταξη των ονομάτων δεν έχει ση­μασία. Μια σχέση η οποία συντάσ­σεται με δύο κενά, δηλαδή συνδέει δυο ονόματα,** **καλείται δυαδική** (**ή διμελής**) **σχέση**.

**Εκτός από τις δυαδικές σχέσεις υπάρχουν και σχέ-σεις, οι οποίες συνδέουν περισσότερα από δύο ονό-ματα. Έτσι, έχουμε τριαδικές (ή τριμελείς) σχέσεις κοκ. Για παρά­δειγμα, η σχέση «είναι γονείς του (τής)» είναι τριμελής, αφού εμφανί­ζεται συντακτικά ως η διαδοχή «...και ...είναι γονείς τού (τής)...», η οποία περιλαμβάνει τρία κενά. Αν στη θέση τους τοποθετηθούν τα ονόματα "Κώστας", "Ελένη» και "Μαρία" παίρνουμε την πρό-ταση "ο Κώστας και η Ελένη είναι γονείς της Μαρίας". Ομοίως, η σχέση «βρίσκε­ται μεταξύ» είναι τριμελής καθώς εμφανίζεται συντακτικά ως η δια­δοχή:**

**13 / 113-114**

**«...βρίσκεται μεταξύ...και...», η οποία έχει τρία κενά. Αν τα συμ­πληρώσουμε με τα τρία ονόματα "Αίγιο". "Κό-ρινθος", και "Πάτρα" παίρνουμε την πρόταση:**

**(3) «το Αίγιο βρίσκεται μεταξύ της Κορίνθου και της Πάτρας».**

**Αν θελήσουμε να εκφράσουμε συμβολικά την (3), επι-λέγουμε ένα κεφάλαιο γράμμα του ελληνικού αλφαβή-του, για παράδειγμα το Μ, για να δηλώσουμε τη σχέση «βρίσκεται μεταξύ» και τις ατομικές σταθερές α,β και γ για να δηλώσουμε τα "Αίγιο", "Κόρινθος" και "Πάτρα" αντιστοίχως. Τότε η πρόταση (3) συμβολίζεται με την έκφραση Μ (α,β,γ). Η δομή αυτής της πρότασης, αλλά και κάθε άλλης που παράγεται από τη σχέση αυτή, συμβολίζεται με τη χρήση του Μ και τρεις ατομικές μεταβλητές, για πα­ράδειγμα, χ,ψ,ω, που θα σημειώ­νουν τα τρία κενά (τις θέσεις των ονομάτων): Μ(χ,ψ,ω).**

**Το Μ το λέμε τριμελές κατηγορη­ματικό σύμβολο**. **Γενικότερα, κάθε γράμμα που χρησιμοποιούμε για να δηλώσουμε σχέση το ονομάζουμε και αυτό κατηγο-ρηματικό σύμ­βολο  όπως κάνουμε για τα γράμ­ματα που χρησιμοποιούμε για τα κατηγορήματα. Έτσι, έχουμε δι­μελή, τετραμελή κτλ. κατηγορημα­τικά σύμβολα. Συνηθίζουμε να ονο­μάζουμε (πολυμελή) κατη-γορήματα και τις σχέσεις. Για παράδειγμα, η προηγού-μενη σχέση «βρίσκεται με­ταξύ» θεωρείται τριμελές κατηγό­ρημα. Αυτό το κάνουμε για λόγους ενοποίησης της ορολογίας αλλά και γιατί μπορούμε να θεωρήσουμε ότι με τις σχέσεις αποδίδουμε ιδιότητες σε διατεταγμένα πλήθη ατομικοτή­των, όπως με το κατηγόρημα απο­δί-δουμε κάποια ιδιότητα σε μια ατομικότητα. Για αυτό το λόγο, ένα κατηγόρημα όπως το «είναι υπάλ­ληλος» θεωρείται μονομελές. (Για λόγους ευκολίας τα κατηγο-ρημα­τικά σύμβολα τα ονομάζουμε κα­ταχρηστικώς και κατηγορήματα).**

**14 / 114-115**

**Αν και στη φυσική γλώσσα οι λέ­ξεις που εκφράζουν μια σχέση βρίσκονται μεταξύ των ονομάτων που συν-δέονται με αυτή, στη συμβολική γλώσσα έχει επικρατή­σει ο τρόπος γραφής κατά τον οποίο οι μεταβλητές ακολουθούν το κατηγορηματικό σύμβολο.**

**15 / 115**

**Αν είναι Α ένα κατηγορηματικό σύμβολο και χ1,χ2, …χν μια ν-άδα ατομικών μεταβλητών, η έκφραση Α (χ1,χ2, ... χν) ονομάζεται και αυτή**  **τύπος**.

**Ερώτηση**

1. **Τι ονομάζουμε δυαδική σχέση;**

**Ασκήσεις**

**1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:**

**i. Ο Γιώργος είναι σύζυγος της Μαρίας,**

**ii. Ο Γιώργος είναι ψηλότερος του Δημήτρη,**

**iii. Η Μαρία είναι παιδί του Κώστα και της Αγγελικής,**

**iν. Ο Γιώργος είναι παιδί του Νίκου και της Ουρανίας.**

**4. Ποσοδείκτες**

**Συχνά χρησιμοποιούμε προτάσεις όπως οι ακόλου-θες: «σε αυτό το δωμάτιο υπάρχει κάτι ευωδιαστό», «στον κήπο υπάρχει κάτι ευωδιαστό», «στη σύσταση αυτού του μίγματος υπάρχει κάτι ευωδιαστό». Παρατηρούμε ότι όλες έχουν κοινό μέρος, δηλαδή την έκφραση**

**(1) «υπάρχει κάτι ευωδιαστό». Αυτή έχει την ίδια σημασία με την έκφραση**

**16 / 116**

**(2) «Υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα, το οποίο είναι ευωδιαστό».**

**Εδώ πρέπει να πούμε ότι η λέξη «πράγμα» (όπως και η λέξη «κάτι») χρησιμοποιείται για να δηλώσει το οποιοδήποτε στοιχείο του περι­βάλλοντος μπορεί να απασχολήσει το νου μας. Έχει λοιπόν την ίδια εμβέ-λεια με τη λέξη «ατομικότητα» αλλά χρησιμοποιείται περισσότερο στην περίπτωση όπου αναφερό­μαστε ε-ντελώς αόριστα σε κάτι. Μπορούμε να πούμε ότι είναι το πλησιέστερο στοιχείο της φυσικής γλώσσας, που είναι δυνατό να θε­ωρηθεί ότι αντιστοιχεί σε επίπεδο συμβολικής γλώσσας, στην ατο­μική μεταβλητή. Και αυτό διότι το «πράγμα» είναι δυνατό να αναφέ­ρεται σε οτιδήποτε.**

**Ας μελετήσουμε τώρα τον τρόπο με τον οποίο συ-γκροτείται η (2). Παρατηρούμε ότι σε αυτήν υπάρχει το κατηγόρημα «είναι ευωδιαστό», το οποίο αντιστοιχί-ζουμε στο κατη­γορηματικό σύμβολο Α. Είναι φα­νερό πως η έκφραση «το οποίο», που προηγείται του κατη-γορήμα­τος, επέχει θέση υποκείμενου σε σχέση με το κατηγόρημα αυτό. Πα­ρατηρούμε επίσης ότι η έκφραση «το οποίο» αναφέρεται σε ό,τι ακριβώς αναφέρεται και η λέξη «πράγμα».**

**Όπως είπαμε πιο πάνω μπορούμε να θεωρήσουμε ότι αυτή η λέξη, και συνεπώς και η έκφραση «το οποίο», αντιστοιχεί, σε επίπεδο συμβολικής γλώσσας, σε ατο-μική μεταβλητή, ας πούμε στη χ. Συνε­πώς αν θελήσου-με να δηλώσουμε συμβολικά το τμήμα «το οποίο είναι ευωδιαστό» της (2), ο καταλληλότε­ρος τρόπος είναι να το κάνουμε με τον τύπο Α(χ). Για να δηλώνουμε την έκ-φραση «υπάρχει τουλάχιστον ένα» έχει επιλεγεί το σύμ-βολο ∃ (κατοπτρικό κεφάλαιο Ε), το οποίο καλείται υ-παρκτικός ποσοδείκτης**. **Επειδή η λέξη «πράγμα» όπως και η έκφραση «το οποίο», αντιστοιχεί στη χ, είναι φα-νερό ότι στη θέση της στην (2) θα έχουμε μια δεύτερη εμφάνιση της ίδιας μεταβλητής χ. Συνεπώς το τμήμα «υπάρχει του­λάχιστον ένα πράγμα» της (2), αντιστοιχεί συμβολικά στην έκ­φραση ∃ χ. Έτσι, ολόκληρη η (2) δη­λώνεται συμβολικά ∃χΑ(χ).**

**17 / 116-117**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Υπάρχει τουλάχιστον ένα** |  | **πράγμα** |  | **το οποίο** |  | **είναι ευωδιαστό** |
| **∃** |  | **χ** |  | **Χ** |  | **Α** |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Υπάρχει τουλάχιστον ένα** |  | **…** |  | **…** |  | **είναι ευωδιαστό** |
| **∃** |  | **χ** |  | **Χ** |  | **Α** |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | **∃χΑ(χ)** |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

**18 / 117**

**Υπάρχουν πολλές εκφράσεις της φυσικής γλώσσας, οι οποίες έχουν την ίδια σημασία με την έκφραση «υ-πάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα» και συνεπώς μπο-ρούμε να τις συμβολίζουμε με ∃χ. Μερικές από αυτές είναι οι: «τουλάχιστον ένα πράγμα είναι τέτοιο ώστε», «υπάρχουν κάποια πράγματα τέ­τοια ώστε», υπάρχει κάποιο πράγμα τέτοιο ώστε», «κάτι είναι τέτοιο ώστε», «για τουλάχιστον ένα πράγμα ισχύει ότι», «για κάποιο πράγμα», «μερικοί (-ές,-ά)».**

**19 / 117**

**Εκτός από τον υπαρκτικό υπάρχει και άλλος ποσο-δείκτης, ο οποίος χρησιμοποιείται ευρύτατα. Ας πά­ρουμε την έκφραση:**

**(3) «κάθε πράγμα είναι φθαρτό».**

**Αυτή παράγεται από την πρόταξη της έκφρασης «κάθε πράγμα» στο κατηγόρημα «είναι φθαρτό». Για την έκ-φραση "κάθε" επιλέγουμε το σύμβολο ∀ (ανεστραμ-μένο κεφαλαίο Α), το οποίο καλείται**  **καθολικός ποσο-δείκτης**. **Όπως έχουμε πει στα προηγούμενα, για τη λέξη "πράγμα" μπορούμε να χρησιμο­ποιήσουμε το χ, οπότε, αν για το κατηγόρημα "είναι φθαρτό" χρησι­μο-ποιήσουμε το κατηγορηματικό σύμβολο β, η (3) συμ-βολίζεται με ∀χΒ(χ). Υπάρχουν αρκετές εκ­φράσεις της φυσικής γλώσσας που έχουν την ίδια σημασία με την έκ­φραση «κάθε πράγμα» και συνε­πώς συμβολίζονται και αυτές με ∀χ. Μερικές τέτοιες εκφράσεις είναι οι: «όλοι (-ες, -α)», «κάθε τι», «για κάθε πράγμα είναι αλή-θεια ότι».**

**Επειδή δεν έχει σημασία το ποια ατομική μεταβλητή χρησιμοποιούμε σε ένα τύπο, οι συμβολικές εκφρά­σεις ∃χΑ(χ), ∃ ψΑ(ψ), ∃ ωΑ(ω) κτλ. εί­ναι ισοδύναμες.**

**Είναι φανερό πως δεν μπορούμε να αντικαταστή-σουμε την ατομική μεταβλητή χ στο τμήμα Α(χ) της συμβολικής έκφρασης ∃χΑ(χ) ή ∀χΑ(χ) με ένα όνομα διότι η έκ­φραση της φυσικής γλώσσας που προκύπτει δεν έχει κανένα νόημα. Συνεπώς αυτή η εμφάνιση του χ δεσμεύεται από τον ποσοδείκτη σε τρόπο ώστε η θέση που κατέχει στο Α(χ) δεν είναι ελεύθερη να δεχθεί κά-ποιο όνομα. Αντιθέτως, όταν ου­δείς ποσοδείκτης προ-τάσσεται του τύπου Α(χ) μπορούμε στη θέση του γ να τοποθετήσουμε οποιοδήποτε όνομα. Για το λόγο αυτό, στις εκ­φράσεις της μορφής ∃χΑ(χ)**

**ή ∀χΑ(χ) λέμε ότι η εμφάνιση της ατομικής μεταβλητής χ στο Α(χ) είναι δεσμευμένη, σε αντίθεση με την εμφάνιση της στο Α(χ), όταν αυτό θεωρείται μόνο του, όπου καλείται ελεύθερη. Στις εκφρά-σεις αυ­τές το Α(χ) καλείται εμβέλεια ή ακτίνα του ποσοδε­ίκτη, αφού αποτελεί το χώρο (ή κα­λύτερο καταλαμβάνει το χώρο) στον οποίο εκτείνεται η δράση του. Συνεπώς η εμφάνιση μιας ατομικής μεταβλητής χ είναι δεσμευμένη εφόσον βρίσκεται μέσα στην εμβέ­λεια ενός από τους δύο ποσοδείκτες ∃ και ∀.**

**Ας θεωρήσουμε τις ταυτόσημες προτάσεις**

**(4) «σε αυτό το δωμάτιο υπάρχει κάτι ευωδιαστό» και**

**(5) «σε αυτό το δωμάτιο υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα, το οποίο είναι ευωδιαστό» και την πρόταση**

**(6) «κάθε πράγμα το οποίο βρίσκεται σε αυτό το αρωματο­πωλείο είναι ευωδιαστό».**

**Το ιδιαίτερο χαρακτηριστικό των πιο πάνω προτά­σε-ων, όπως και των εκφράσεων (1), (2) και (3), είναι ότι έχουν συμ­βολική παράσταση, η οποία περιέ­χει έναν τουλάχιστον από τους δύο ποσοδείκτες. Τέτοιου είδους προ­τάσεις συνήθως περιέχουν τις λέ­ξεις «πράγμα» ή «κάτι». Όπως εί­παμε στα προηγούμενα και οι δύο αυτές λέξεις χρησιμοποιούνται για να δηλώσουν το οποιαδήποτε στοιχείο του περιβάλλοντος μας, δηλαδή είναι δυνατόν να αναφέ­ρονται σε οτιδήποτε.**

**20 / 118**

**Είναι φανερό ότι στις (4) και (5) το σύνολο των πραγ-μάτων στα οποία αναφέρεται η λέξη «πράγμα» ή η λέξη «κάτι» είναι όλα εκείνα που βρίσκονται στο συγκεκρι-μενο δω­μάτιο για το οποίο μιλάμε. Αναλό­γως στην (6) το σύνολο, σε στοιχεία του οποίου αναφέρεται η λέξη "πράγμα" είναι όλα όσα υπάρχουν στο συγκεκριμένο αρωματοπωλείο. Ονομάζουμε σύνολο αναφοράς  την ολότητα των πραγμάτων στα οποία μπορεί να ανα-φέρονται αυτές οι λέ­ξεις «πράγμα» ή «κάτι».**

**Στις εκφράσεις (1), (2) και (3) το σύνολο αναφοράς δεν είναι καθο­ρισμένο και από αυτήν την άποψη έχουν και οι τρεις ένα χαρακτήρα γενικόλογης ασάφειας. Σε περι-πτώσεις εκφράσεων όπως αυ­τές, όπου δεν είναι καθο-ρισμένο το σύνολο αναφοράς, μπορεί να συμβεί ένα από τα ακόλουθα δύο πράγματα.**

• **Είτε αίρουμε την ασάφειά τους προβαίνοντας σε μια ερμηνεία τους που προσδιορίζει το σύνολο ανα­φοράς. Για παράδειγμα, μπορούμε να δηλώσουμε ότι όταν λέμε πως «υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα, το οποίο ευω-διαστό» εννοούμε πως «υπάρχει τουλάχιστον ένα πράγμα στη σύσταση αυτού του μίγματος, το οποίο εί-ναι ευωδιαστό». Ερμηνεύοντας με αυ­τόν τον τρόπο την έκφραση (2) προσδιορίζουμε το σύνολο αναφο­ράς, το οποίο στην προκειμένη πε­ρίπτωση είναι τα συστατικά του εν λόγω μίγματος.**

**• Είτε δεν προβαίνουμε σε καμιά ερμηνεία τέτοιου είδους εκφράσεων οπότε θεωρούμε ότι το σύνολο ανα-φοράς είναι** **το ευρύτερο που μπορεί να υπάρξει**, **δηλαδή η ολό­τητα των πραγμάτων του κόσμου μας.**

**21 / 118-119**

**Ερωτήσεις**

**1. Τι είναι ο υπαρκτικός και τι ο καθολικός ποσοδείκτης;**

**2. Πότε η εμφάνιση μιας μεταβλη­τής καλείται δεσμευ-μένη;**

**Ασκήσεις**

**1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας,**

**i. Όλα έχουν βάρους.**

**ii. Κάτι έχει βάρος.**

**iii. Οτιδήποτε έχει βάρος.**

**iν. Υπάρχει κάτι που έχει βάρος.**

**5. Ποσόδειξη σε οποιουσδήποτε Τύπους**

**Όπως είδαμε στα προηγούμενα, οι τύποι της μορφής Α(χ) ή Α(χ1, χ2,… χν) παράγουν απλές προτάσεις. Στην κατηγορηματική λογική έχουν ένα ρόλο ανάλογο με ε-κείνο που έχουν οι προτασιακές μεταβλητές στην προ-τασιακή λογική. Μπορούν να συνδέονται μεταξύ τους με συν­δέσμους ώστε να δημιουργούνται συνθετότεροι τύ-ποι, οι οποίοι πα­ράγουν σύνθετες προτάσεις. Συνε­πώς αυτοί προκύπτουν αν αντικα­ταστήσουμε τις προτασια-κές με­ταβλητές ενός προτασιακού τύπου με τύπους της μορφής Α(χ) ή Α(χ1, χ2,… χν).**

**22 / 119-120**

**Για παράδειγμα, οι εκφράσεις Α(χ) ∧Β(χ), Α(χ) ∨Β(χ), ¬Α(χ), Α(χ) ↔Β(χ), Γ(χ,ψ), →Δ(χ,ψ), Γ(χ,ψ) ∨Ζ(ω) και Α(χ) →¬Θ(χ,ψ) ∨Κ(ψ,ω), αποτελούν τύπους, οι οποίοι προ­κύπτουν από τους προτασιακούς τύπους Π∧Ρ, Π∨Ρ, ¬Π, Π↔Ρ, Π→Ρ, Π∨Ρ και (Π→¬Ρ) ∨Τ αντιστοίχως.**

**23 / 120**

**Τα προηγούμενα έχουν μια πολύ σημαντική συνέπεια. Κάθε τι που έχουμε πει για τους προτασιακούς τύπους και τις τιμές αληθείας που αντιστοιχούν σε αυτούς, κα-θώς και για τα επιχειρήματα και την εγκυρό­τητά τους, ισχύουν και για τους τύ­πους της κατηγορηματικής λο-γικής στους οποίους αναφερθήκαμε πιο πάνω. Για πα-ράδειγμα, ο τύπος Α(χ) →A(χ) είναι ταυτολογία, οι τύ­ποι Α(χ) ∨Β(χ) και Α(χ) →Β(χ) είναι λογικώς ισοδύναμοι, το επιχείρημα Α(χ) →Β(χ), Α(χ) , Β(χ) είναι έγκυρο.**

**Ας δούμε τώρα τη διαδικασία με την οποία μπορούμε να εκφράσουμε συμβολικά μια πρό­ταση χρησιμοποιώ-ντας ποσοδείκτες και τύπους. Ας θεω­ρήσουμε την ακόλουθη πρόταση.**

**(1) «Όλοι οι θάμνοι είναι φυτά».**

**Αυτή μας λέει ότι κάθε οργανισμός που είναι θάμνος, είναι αναγκαστικά και φυτό. Η παρουσία της λέξης «όλοι» στην πρόταση αυτή δείχνει ότι η συμβολική πα­ράστασή της περιέχει καθολικό ποσοδείκτη. Ας δούμε ποια είναι η μορφή της. Παρατηρούμε ότι η (1) είναι ταυτόσημη με την παράφραση**

**(2) «κάθε τι αν είναι θάμνος, τότε αυτό είναι φυτό»**

**Αν και η (2) δεν είναι καλά διατυ­πωμένη στο πλαίσιο της φυσικής γλώσσας, είναι χρήσιμη διότι με αυτή τη μορφή καθίσταται φανερό πως περιέχει την υποθετική πρό­ταση.**

**(3) «αν είναι θάμνος, τότε αυτό θα είναι φυτό», η οποία καλύτερα δια­τυπωμένη είναι η**

**(3') «αν αυτό είναι θάμνος, τότε αυτό είναι φυτό».**

**Ο ηγούμενος όρος της είναι η πρόταση**

**(4) «αυτό είναι θάμνος»**

**και ο επόμενος όρος της είναι η**

**(5) «αυτό είναι φυτό».**

**Αυτές οι είναι άπλες, της μορφής υποκείμενο-κατηγό­ρημα. Και οι δύο εμφανίσεις της λέξης «αυτό» αναφέ-ρονται στη λέξη "τι" της έκφρασης «κάθε τι». Συνε­πώς, στη συμβολική παράσταση της (1) αυτές οι τρεις αντι-στοιχούν στην ίδια ατομική μεταβλητή, για παράδειγμα, στη χ. Αν επιλέξουμε τα Α και Β ως κατηγορηματικά σύμβολα που δηλώνουν τα κατη­γορήματα "είναι θά-μνος" και "είναι φυτό" αντιστοίχως, τότε οι (4) και (5) παράγονται από τους Α(χ) και Β(χ) αντιστοίχως. Συνεπώς, η (3) παράγεται από την Α(χ) εικόναΒ(χ).**

**24 / 120-121**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Κάθε τι** |  | | **αν** |  | **αυτό είναι θάμνος** |  | **τότε** |  | **αυτό είναι φυτό** |
| **∀χ** |  |  | |  | **Α (Χ)** |  |  |  | **Β(Χ)** |
| **∀χ** |  |  | |  |  |  | **Α (Χ) → Β(Χ)** |  |  |
|  |  |  | |  | **∀χ (Α(Χ) → Β(Χ))** |  |  |  |  |

**25 / 121**

**Η έκφραση "κάθε τι" αναφέρεται σε ολόκληρη την πρόταση (3'). Συ­νεπώς, στη συμβολική παράσταση της (1) η δράση του καθολικού ποσοδείκτη εκτείνεται σε ολόκληρη την Α(χ) →Β(χ). Για να δη­λώσουμε αυτό το γεγονός, την περιβάλλουμε με ζεύγος παρενθέ­σεων και τοποθετούμε μπροστά από αυτές το ∀χ. Με αυτόν τον τρόπο, δηλώνουμε ότι η Α(χ) →Β(χ) θεωρείται ως ενιαί-ος τύπος στον οποίο δρα ο ποσοδείκτης. Έτσι, η (3') και επομένως και η (1), συμβολίζονται με την έκ­φρα-ση ∀χ(Α(χ) →Β(χ)). Ο τύπος στον οποίο εκτείνεται η δράση του ποσοδείκτη καλεί­ται**  **εμβέλεια**   **ή**  **ακτίνα**  **αυ-τού ακόμη και στην περίπτωση που αυτός δεν είναι της απλής μορφής Α(χ) ή Α(χ1, χ2, ...χν). Έτσι, στην έκ­φρα-ση ∀χ(Α(χ) →Β(χ)), η εμβέλεια του καθολικού ποσοδεί-κτη είναι ο τύπος Α(χ) →Β(χ).**

**Εδώ πρέπει να πούμε ότι ο καθο­λικός ποσοδείκτης εμφανίζεται να δρα συνήθως σε υποθετικές προ­τάσεις επειδή είναι πολύ συχνή η χρήση προτάσεων που έχουν την ίδια μορφή με την (1), δηλαδή προ­τάσεων με τις οποίες αποφαινό­μαστε ότι κάθε τι που έχει μια ιδιό­τητα θα έχει και μιαν άλλη.**

**Συνήθως αυτές οι προτάσεις πα­ράγονται από τύπο όπως ο πιο πάνω. Όπως είδαμε στο κεφάλαιο 1, στο πλαίσιο της αριστοτελικής λογικής μια τέτοια πρόταση καλεί­ται**  **καθολική καταφατική.**

**Ας δούμε τώρα την πρόταση.**

**(6) «ουδείς πλανήτης είναι αυτό­φωτος».**

**Αυτή είναι ταυτόσημη με την**

**(7) «κάθε τι που είναι πλανήτης δεν είναι αυτόφωτο».**

**Ακολουθώντας τη διαδικασία που περιγράψαμε προη-γουμένως, βλέ­πουμε ότι η πρόταση (6) έχει τον τύπο ∀χ(Α(χ) →¬Β(χ)). Όπως έχουμε πει στο κεφάλαιο 1, στο πλαίσιο της αριστοτελικής λογικής κάθε πρόταση αυτής της μορφής καλείται**  **καθολική αποφατική**.

**26 / 121-122**

**Η πρόταση**

**(8) «μερικά φυτά είναι θάμνοι»**

**είναι ταυτόσημη με την**

**(9) «υπάρχει τουλάχιστον ένας ορ­γανισμός, ο οποίος είναι φυτό και θάμνος».**

**Είναι φανερό πως παράγονται και οι δύο από τον τύπο ∃χ(Α(χ) ∧Β(χ)). Ο υπαρκτικός ποσοδείκτης εμφανί­ζεται να δρα συνήθως σε συζευκτι­κές προτάσεις, επει-δή είναι πολύ συχνή η χρήση προτάσεων που έχουν την ίδια μορφή με την (8), δηλαδή προτάσεων με τις ο-ποίες αποφαινόμαστε ότι υπάρχουν πράγματα που έ-χουν δύο ιδιότητες. Συνήθως αυτές οι προτάσεις παρά-γονται από τύπο όπως ο πιο πάνω. Έχουμε ήδη πει ότι μια τέτοια πρό­ταση καλείται μερική καταφατική**.

**Η πρόταση**

**(10) «μερικά φυτά δεν είναι θάμνοι»**

**είναι ταυτόσημη με την**

**(11) «υπάρχει τουλάχιστον ένας οργανισμός, ο οποίος είναι φυτό και δεν είναι θάμνος».**

**Και οι δύο προτάσεις έχουν τον τύπο: ∃χ(Α(χ) ∧Β(χ)). Μια τέτοια πρό­ταση καλείται**  **μερική αποφα­τική**.

**Ασκήσεις**

**1. Να εκφραστούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:**

**i. Κάθε φυτό έχει χλωροφύλλη.**

**ii. Μερικά φυτά έχουν χλωρο­φύλλη.    
iii. Ουδείς πλανήτης είναι αυτόφω­τος.**

**27 / 122**

**iν. Μερικοί πλανήτες δεν είναι αυ­τόφωτοι**

**6. Πολλαπλή Ποσόδειξη**

**Ας θεωρήσουμε τις ακόλουθες προ­τάσεις της νεοελληνικής γλώσσας**

**(1) υπάρχει κάτι ψηλότερο από τον Πάρνωνα**

**(2) υπάρχει κάτι ψηλότερο από τον πύργο των Αθηνών**

**(3) υπάρχει κάτι ψηλότερο από τον πύργο του Eiffel.**

**Για να είναι πε­ρισσότερο εμφανής η δομή τους, αυτές μπορούν να αναδιατυπωθούν με τον ακόλουθο τρόπο:**

**(4) υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από τον Πάρνωνα.**

**28 / 123**

**(5) υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από τον πύργο των Αθηνών.**

**(6) υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από τον πύργο του Eiffel.**

**Παρατηρούμε ότι το πρώτο μέρος και των τριών είναι η έκφραση "υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα". Συνε-πώς, η συμβολική παράσταση και των τριών περιέχει υπαρκτικό ποσοδείκτη. Το δεύτερο μέρος τους προέρ-χεται από το δι­μελές κατηγόρημα «...είναι ψηλό­τερο από...». Την πρώτη θέση, με την οποία συντάσσεται αυτό, την κατέχει η έκφραση "το οποίο" που αναφέρε-ται στη λέξη "πράγμα". Συ­νεπώς, και οι δυο τους αντι-στοι­χούν στην ίδια ατομική μεταβλητή, ας πούμε χ. Τη δεύτερη θέση με την οποία συντάσσεται αυτό το κατη­γόρημα, κατέχουν τα ονόματα "Πάρνων", "πύργος των Αθηνών" και "πύργος του Eiffel". Αν επιλέ­ξουμε το Α ως σύμβολο του κατη­γορήματος «... είναι ψηλότερο από...» και τα α,β και γ ως σύμβολα των αντιστοίχων ονομάτων, τότε είναι φανερό πως οι (4), (5) και (6) συμβολίζονται με ∃χΑ(χ,α), ∃χΑ(χ,β) και ∃χΑ(χ,γ) αντιστοίχως.**

**Παρατηρούμε ότι όπως οι (4), (5) και (6) προκύπτουν από την δια­δοχή:**

**«υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι ψηλότερο από...» αν συμπληρώσουμε το κενό με ένα όνομα, έτσι και οι πιο πάνω τρεις συμβολικές εκφρά-σεις προ­κύπτουν από την ∃χΑ(χ,ψ) με την αντι­κατά-σταση του ψ από τα α, β και γ. Βλέπουμε λοιπόν ότι**  **ένας ποσοδείκτης μπορεί να επισυναφθεί σε έναν τύπο που περιέχει εμφανί­σεις δυο μεταβλητών και κατ' επέκταση και περισσοτέρων**. **Η επισύναψη ενός ποσοδείκτη ως προς τη μια μεταβλητή σε ένα τύπο δεσμεύει τις εμφανίσεις της αντίστοιχης μεταβλητής του τύπου αλλά αφήνει ελεύθερες τις υπόλοιπες εμφανίσεις μεταβλητών. Στην πιο πάνω έκφραση ∃χΑ(χ,ψ) ο υπαρ-κτικός ποσοδείκτης ∃χ δεσμεύει την χ αλλά αφήνει ε-λεύθερη την ατομική μεταβλητή ψ, στη θέση της οποί-ας μπορούμε να τοποθετήσουμε οποιοδήποτε όνομα.**

**Από όσα προηγήθηκαν συμπεραίνουμε ότι η επισύ-ναψη ενός ποσοδείκτη σε ένα τύπο ελαττώνει τον α-ριθμό των μεταβλητών με ελεύθερες εμφανίσεις του τύπου κατά ένα. Για παράδειγμα, η επισύναψη του ∀χ στο Β(χ) δημιουργεί την έκφραση  ∀χΒ(χ). Η επισύναψη του ∃χ στον τύπο Γ(χ,ψ,ω) με  τρεις μεταβλητές δημι-ουργεί την έκφραση ∃ψΓ(χ, ψ, ω), η οποία είναι τύπος με ελεύθερες εμφανίσεις των δυο μεταβλητών χ και ω.**

**Εδώ πρέπει να πούμε ότι, αν μια συμβολική έκφραση, όπως η ∀ χΒ (χ) δεν έχει ελεύθερες εμφανίσεις μεταβλη-τών ή δεν έχει μεταβλητή, αποτελεί το σύμβολο μιας συγκεκριμένης πρότασης της φυσικής γλώσσας. Σε μια τέτοια έκφραση δεν επισυνάπτουμε ποσοδείκτη.**

**Ας θεωρήσουμε την έκφραση  ∀ ψ Α (χ,ψ).** **Καθώς αυτή περιέχει ελεύθερη εμφάνιση της μεταβλητής χ μπορούμε να επισυνάψουμε υπαρκτικό ποσοδείκτη ως προς τη χ**. **Έτσι, παίρνουμε την έκφραση  ∃ χ ∀ψΑ(χ,ψ), η οποία περιέχει δύο ποσοδείκτες. Συνεπώς, είναι δυνατό να έχουμε συμβολικές εκφράσεις που πε-ριέχουν δύο ή περισσότερους ποσοδείκτες. Η εμβέλεια του καθολικού ποσοδείκτη στην πιο πάνω έκφραση είναι η Α(χ,ψ), ενώ η εμβέλεια του υπαρκτικού είναι η  ∀ψΑ(χ,ψ).** **Γενικότερα, αν έχουμε έναν τύπο που περιέχει μια τουλάχιστον ελεύθερη εμφάνιση μετα-βλητής-ανεξαρτήτως του αν αυτός περιέχει ποσοδεί-κτη ή όχι – μπορούμε να του επισυνάψουμε έναν ποσοδείκτη ως προς αυτήν τη μεταβλητή**. **Ο τρόπος γραφής των συμβολικών εκφράσεων που προκύπτουν έτσι θα μας απασχολήσει στη συνέχεια.**

**29 / 123-124**

**Ας υποθέσουμε τώρα πως έχουμε το κατηγόρημα «... είναι μεγαλύτε­ρος από...», το οποίο συμβολίζουμε με Μ και ας κατασκευάσουμε τις συμβολικές εκφράσεις**

1. **∀ψ∃χΜ (χ,ψ)**
2. **∃χ∀ ψΜ (χ,ψ)**
3. **∀χ∃ψΜ (χ,ψ) και**
4. **∃ψ∀χΜ (χ,ψ)**

**Η πρώτη είναι το σύμβολο της ακόλουθης πρότασης της φυσικής γλώσσας**

**(7) «για κάθε τι υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα με-γαλύτερο του»**

**Η δεύτερη είναι το σύμβολο της ακόλουθης**

**(8) «υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα, το οποίο είναι μεγαλύτερο από το κάθε τι».**

**Η τρίτη είναι σύμβολο της ακόλουθης πρότασης της φυσικής γλώσσας**

**(9) «το κάθε τι είναι μεγαλύτερο από ένα τουλάχιστο πράγμα»**

**Η τελευταία είναι σύμβολο της**

**30 / 124-125**

**(10) «υπάρχει ένα τουλάχιστον πράγμα τέτοιο ώστε κάθε τι είναι μεγαλύτερο του»**

**Ιστορία 5η Ο Καλύτερος Τενίστας**

**Ο κ. Παπαδόπουλος, η αδελφή του, ο γιος του και η κόρη του είναι όλοι τενίστες. Γνωρίζουμε γι' αυτούς τα εξής:   
(α) Ο/η δίδυμος του καλύτερου τενίστα και ο χει-ρότερος τενίστας έχουν αντίθετο φύλο, (β) ο καλύ-τερος και ο χειρότερος τενίστας έχουν την ίδια ηλικία.   
Ποιος είναι ο καλύτερος τενίστας;**

**Αυτές είναι βεβαίως γενικές και ασαφείς καθώς δεν έχουμε καθορί­σει το σύνολο αναφοράς των με­ταβλη-τών χ και ψ. Γι' αυτό προχω­ράμε σε μια ερμηνεία τους που τις κάνει να έχουν σαφή και καθορισμένη σημασία. Θεωρούμε λοιπόν ότι το σύνολο αναφοράς των μετα-βλητών χ και ψ είναι οι φυσικοί αριθμοί 0,1,2,3, ... και επί­σης δεχόμαστε ότι το κατηγόρημα «... είναι μεγαλύ-τερος από...» ση­μαίνει «ο αριθμός... είναι μεγαλύτε­ρος από τον αριθμό...».**

**Τότε η (7) ερμηνεύεται ως**

**(7') «για κάθε φυσικό αριθμό υπάρχει ένας φυσικός αριθμός με­γαλύτερός του».**

**Η (8) ερμηνεύεται ως**

**(8') «υπάρχει ένας τουλάχιστον φυσικός αριθμός, ο οποίος είναι μεγαλύτερος από κάθε φυσικό αριθμό».**

**Η (9) ερμηνεύεται ως**

**(9') «κάθε φυσικός αριθμός είναι μεγαλύτερος από έναν τουλάχιστον φυσικό αριθμό».**

**Η (10) ερμηνεύεται ως**

**31 / 124-125-126**

**(10') «υπάρχει ένας τουλάχιστον φυσικός αριθμός τέτοιος ώστε κάθε φυσικός αριθμός είναι μεγαλύτερος του»**

**Είναι φανερό πως η (7') είναι αληθής πρόταση, ενώ η (8') είναι ψευδής. Καθώς αυτές συνιστούν ερμηνείες προτάσεων της φυσικής γλώσσας που προέρχονται από τις εκφράσεις (i) και (ii) προκύπτει ότι αυτές δεν έχουν την ίδια λειτουργία, δεν είναι ισοδύναμες. Αυτό σημαίνει ότι η μεταβολή της σειράς πρόταξης των δύο ποσοδεικτών και μεταβάλλει τη σημασία των δύο πο-σοδεικτών ∃ και ∀ μεταβάλλει τη σημασία των συμβο-λιζομένων προτάσεων. Επίσης, είναι φανερό ότι οι προτάσεις (9') και (10') δεν έχουν την ίδια σημασία.**

**32 / 126**

**Παρατηρούμε επίσης ότι οι εκφράσεις ∃ χ ∃ ψ Μ (χ,ψ)  και  ∃ Ψ ∃Χ Μ (χ,ψ) συμβολίζουν τις προτάσεις**

**(11) «υπάρχει πράγμα για το οποίο υπάρχει κάτι του οποίου είναι μεγαλύτερο» και**

**(12) «υπάρχει πράγμα για το οποίο υπάρχει κάτι που είναι μεγαλύτερο του»,**

**που έχουν την ίδια σημασία ανεξαρτήτως του πώς θα τις ερμηνεύσουμε. Το ίδιο ισχύει και για τις εκφράσεις ∀ χ ∀ ψΜ (χ,ψ)  και ∀ ψ ∀ χ Μ(χ,ψ). Συνεπώς, για ποσο-δείκτες του ίδιου είδους δεν έχει σημασία η σειρά με την οποία εμφανίζονται.**

**Ασκήσεις**

**1. Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσικής γλώσσας:**

**i. Κάθε τι στηρίζεται κάπου.**

**ii. Υπάρχει κάτι μικρότερο από το κάθε τι.**

**iii. Κάθε τι είναι μικρότερο από κάτι.**

**iν. Κάτι στηρίζει το κάθε τι.**

**7. Τύποι\***

**Από όσα προηγήθηκαν γίνεται αντιληπτό ότι οι διά-φορες προτά­σεις της φυσικής γλώσσας συμβο­λίζονται με εκφράσεις της συμβολικής γλώσσας, τις οποίες, ό-πως εί­παμε στα προηγούμενα τις καλούμε τύπους. Οι τύποι κατασκευάζονται με τη βοήθεια ατομικών μετα-βλη­τών, ατομικών σταθερών, κατηγο­ρηματικών στα-θερών, των συνδέσμων ¬, ∧, ∨, → και ↔, πο­σοδεικτών και παρενθέσεων. Όπως φαίνεται από τους τύπους που έχουμε κατασκευάσει μέχρι τώρα, η στοιχειώδης δομική μονάδα από την οποίαν κατασκευάζονται είναι οι συμβολικές εκφράσεις απλών προτάσεων της μορφής υποκεί­μενο-κατηγόρημα. Οι εκφράσεις αυ­τές αποτελούνται από μια κατηγο­ρηματική σταθερά, η ο-ποία ακολουθείται από τόσες ατομικές σταθερές ή μετα-βλητές όσες και οι θέσεις του κατηγορήματος που αντι-στοιχεί στην κατηγορηματική σταθερά: Ρ(χ), Δ (ψ,χ), Α(β), Ο(χ) κτλ. Τέτοιοι τύποι καλούνται ατομι­κοί, διότι δεν είναι δυνατό να ανα­λυθούν πιο πέρα. Αποτελούν τα έσχατα δομικά στοιχεία που μπο­ρούν να συμβολίσουν προτάσεις της απλής μορφής υποκείμενο-κα­τηγόρημα. Χρησιμοποιώντας ατο­μικούς τύπους, λογικούς συνδε-σμους, ποσοδείκτες και πα­ρενθέσεις κατασκευάζουμε τύπους. Στη συνέχεια, δίνουμε τους κανόνες στους οποίους υπακούει η κατάσκευή τους. Χρησιμοποιούμε τα φ1, φ2, φ3, ...για να δηλώνουμε τύπους και τα τ1, τ2, ...τν... για να δηλώνουμε ατομικές σταθερές ή ατομικές μεταβλητές.**

**33 / 127**

**1. Αν το Α είναι ένα ν-μελές κατη­γορηματικό σύμβολο, τότε η έκ­φραση Α(τ1,τ2, ...τν) είναι ένας (ατο­μικός) τύπος.**

**2. Αν ο φ, είναι τύπος, τότε η συμβολική έκφραση ¬φ1 είναι τύ­πος.**

**3. Αν οι φ1 και φ2, είναι τύποι, τότε οι συμβολικές εκφράσεις (φ1∧ φ2), (φ1∨φ2), (φ1→φ2), (φ1↔φ2) είναι τύ­ποι.**

**4. Αν ο φ1, είναι τύπος, ο οποίος περιέχει μια τουλάχιστον ελεύθερη εμφάνιση της μεταβλητής τ1, τότε οι συμβολικές εκφράσεις ∃τ1φ1,  ∀τ1 φ1 είναι τύποι.**

**5. Οι μόνες συμβολικές εκφράσεις που είναι τύποι είναι αυτές που κα­τασκευάζονται με τους προηγούμε­νους κανόνες.**

**Με τον κανόνα 3 εισάγουμε ζεύγη παρενθέσεων στους τύπους. Όταν όμως ένας ζεύγος παρενθέσεων εί­ναι το ακραίο δομικό στοιχείο του τύπου, όπως για παράδειγ-μα στον (∃χΑ(χ) →∀ψΒ(ψ)), δηλαδή όταν ο τύπος θεω-ρείται μόνος του τότε το παραλείπουμε και γράφουμε απλώς ∃χΑ(χ) →∀ψΒ(ψ).**

**Πρέπει όμως να προσέξουμε ότι στον τύπο, για παρά-δειγμα.**

**∀χ(Α(χ) →Β(χ))**

**το ζεύγος των παρενθέσεων δεν είναι εξωτερικό, αφού ο καθολικός ποσοδείκτης βρίσκεται εκτός αυ­τών. Συνε-πώς, δεν μπορούμε να το αφαιρέσουμε.**

**Ξεκινώντας από τους ατομικούς τύπους, με τη βοή-θεια των πιο πάνω κανόνων μπορούμε να κα­τασκευά-σουμε ατέρμονα ποικιλία τύπων. Για παράδειγμα, οι εκφρά­σεις Α(χ), Β(χ,ψ) είναι τύποι (λόγω του κανόνα 1), οι ¬Α(χ), ∃ψΒ(χ,ψ) εί­ναι τύποι (λόγω των κανόνων 2 και 4), οι ¬¬Α(χ), ∃χΑ(χ), ∃ψΒ(χ,ψ), ∀χ∃ψΒ(χ,ψ) είναι τύποι (λόγω των κανό­νων 2 και 4), οι (¬¬Α(χ) ∨∀χ∃ψΒ (χ,ψ)), (∃χ¬Α(χ) →¬Α(χ)) εί­ναι τύποι - με ή χωρίς τις παρενθέ­σεις - λόγω του κανόνα 3) κτλ.**

**34 / 127-128**

**Όταν σε έναν τύπο δεν υπάρχει ελεύθερη εμφάνιση μεταβλητής, τότε ο τύπος λέγεται**  **πρόταση στο πλαίσιο της συμβολικής γλώσσας της κατηγορηματικής γλώσσας.**

**Ασκήσεις**

**1. Να εξετάσετε αν οι ακόλουθες εκφράσεις είναι τύποι:**

**i.∀χΒ (χ,χ)**

**ii. ∃χΒ (α,α)**

**iii. Β (α,α)**

**iv. ∀χ (Α(ψ) →Β (α,ψ))**

1. **∀χ∃χ Α (χ)**

**vi. ∃χ Α(χ) →∀ψ Β(ψ,ψ)**

**8. Μεταφορά σε Συμβολική Γλώσσα\***

**Στα προηγούμενα είδαμε πώς μπορούμε να μεταφέ-ρουμε, να με­ταφράσουμε δηλαδή, σε συμβολική γλώσ-σα ορισμένες προτάσεις της φυσικής γλώσσας, οι ο-ποίες έχουν σχετικώς απλή δομή. Εδώ θα δούμε πώς μπορούμε να πετύχουμε το ίδιο για προτάσεις με συνθετότερη μορφή.**

**Ας δούμε για παράδειγμα, τις προ­τάσεις**

**(1) «κάθε επίπεδο σχήμα, που εί­ναι ορθογώνιο είναι παραλληλόγραμμο».**

**(2) «κάθε τετράγωνο είναι ορθο­γώνιο αλλά δεν είναι κάθε ορθογώ­νιο τετράγωνο» και**

**35 / 128-129**

**(3) «υπάρχει ένα υγρό, στο οποίο διαλύεται κάθε στερεό».**

**Αυτό που προσπαθούμε καταρχήν να κάνουμε, για να πετύχουμε τη μεταφορά μιας πρότασης στη συμ­βολική γλώσσα, είναι να την παραφράσουμε. Δηλαδή να της δώ­σουμε μια διαφορετική μορφή, πιο αναλυτική, και συνεπώς λιγότερο φυσική, σε τρόπο ώστε να αναδει-κνύονται οι λογικές συνιστώσες της, οι οποίες συχνά είναι καλυμμένες, καθώς και οι απλές προτάσεις της μορφής υπο­κείμενο-κατηγόρημα. Ως λογικές συνιστώ-σες μιας πρότασης θεωρούμε τους συνδέσμους και τους ποσοδείκτες.**

**Συνεπώς, ακολουθούμε την εξής διαδικασία στην προσπάθεια παράφρασης μιας πρότασης**

**• Εντοπίζουμε, αν υπάρχουν, τις εκφράσεις που συμβολίζονται με ποσοδείκτη.**

**• Εντοπίζουμε τα κατηγορήματα και τα υποκείμενα, δηλαδή αναδεικνύουμε όλες τις στοιχειώδεις δομικές μονάδες της μορφής υποκείμενο-κατηγόρημα. (Πρέπει να υπενθυμίσουμε ότι με τον όρο κατηγόρημα εννοούμε και πολυμελείς σχέσεις).**

**• Εντοπίζουμε τις λέξεις, οι οποίες αναφέρονται στο ίδιο πράγμα και συνεπώς αντιστοιχούν στην ίδια ατο-μική σταθερά ή μεταβλητή.**

**• Εντοπίζουμε τους συνδέσμους.**

**•Προσδιορίζουμε την εμβέλεια δράσης των συνδέσμων και των ποσοδεικτών.**

**• Εντοπίζουμε την κύρια λογική συνιστώσα. Δηλαδή το σύνδεσμο ή τον ποσοδείκτη του οποίου η εμβέλεια δράσης καλύπτει κάθε μέρος της πρότασης. Στη συνέ-χεια, κάνουμε το ίδιο για τα μέρη της μέχρις ότου να γίνει φανερή η δομή ολόκληρης της πρότασης.**

**36 / 129-130**



**Μια παράφραση της (1) μπορεί να είναι η πρόταση**

**(1'): «κάθε τι το οποίο είναι επίπεδο σχήμα και το οποίο είναι ορθο­γώνιο, αυτό είναι παραλληλόγραμμο**

**ή η πρόταση**

**(1"): «για κάθε τι έχουμε ότι αν αυτό είναι επίπεδο σχήμα και αυτό είναι ορθογώνιο, τότε αυτό θα είναι παραλληλόγραμμο».**

**Ας επιλέξουμε τα Σ, Ο και Π για να συμβολίσουμε τα τρία κατηγορή­ματα**  **είναι επίπεδο σχήμα, είναι ορθογώνιο και**  **είναι παραλληλόγραμμο.** **Είναι φανερό ότι η κύ­ρια λογική συνιστώσα στην (1") εί­ναι ο καθολικός ποσοδείκτης, αφού δρα σε ολόκληρο το τμήμα της πιο πάνω έκφρασης που απομένει αν τον παραλείψουμε. Στο τμήμα αυτό η κύρια λογική συνιστώσα είναι η συνεπαγωγή. Ο ηγούμενος όρος της είναι σύζευξη δυο απλών προ­τάσεων και ο επόμενος όρος είναι μια απλή πρόταση. Η σύζευξη έχει ως σύμβολο το Σ(χ) ∧Ο(χ) και απο­τελεί τον ηγούμενο όρο της υποθε­τικής πρότασης. Η συνεπαγωγή δρα σε ολόκληρη τη σύζευξη και για το λόγο αυτό την περιβάλλουμε με ζεύγος παρενθέσεων οπότε η συ­νεπαγωγή έχει ως σύμβολο την (Σ(χ) ∧Ο (χ)) →Π(χ). Ο καθολικός πο­σοδείκτης δρα σε ολόκληρη τη συ­νεπαγωγή. Συνεπώς, την περιβάλ­λουμε και αυτήν με ένα ζεύγος πα­ρενθέσεων για να δηλώσουμε ότι συνιστά στο σύνολο της την εμβέ­λεια του ποσοδείκτη. Τότε η (5), και συνεπώς και η (1), συμβολίζεται με την έκφραση**

**37 / 130**

**∀ χ (Σ(χ) ∧Ο(χ)) →Π(χ)).**

**Ανάλογα μπορούμε να εργαστούμε με την πρόταση (2). Οι δύο εμφανίσεις της λέξης "κάθε" υποδηλώνουν την παρουσία δύο καθολικών ποσοδεικτών. Η έκ­φραση «κάθε τετράγωνο είναι ορ­θογώνιο» έχει την ίδια σημασία με την πρόταση**

**(α): «για κάθε τι ισχύει ότι αν αυτό είναι τετράγωνο, τότε αυτό είναι ορθογώνιο».**

**Η έκφραση «είναι κάθε ορθογώνιο τετράγωνο» έχει την ίδια σημασία με την πρόταση**

**(β): «για κάθε τι ισχύει ότι αν αυτό είναι ορθογώνιο, τότε αυτό είναι τετράγωνο».**

**Τα κατηγορήματα που υπάρχουν είναι το "είναι τετράγωνο" για το οποίο επιλέγουμε ως σύμβολο το Τ και το "είναι ορθογώνιο".**

**Η κύρια λογική συνιστώσα στην (2) είναι η σύζευξη που υποδηλώ­νεται με τη λέξη "αλλά". Το πρώτο μέρος της σύζευξης είναι η (α) και το δεύτερο η έκφραση «δεν είναι κάθε ορθογώνιο τετράγωνο», η οποία αποτελεί την άρνηση της (β). Συνεπώς το δεύτερο έχει την ίδια σημασία με την πρόταση**

**(γ): «δεν ισχύει πως για κάθε τι έχουμε ότι αν αυτό είναι ορθογώνιο τότε αυτό είναι τετράγωνο».**

**Έτσι, η (2) έχει την ίδια σημασία με την πρόταση**

**(2"): «για κάθε τι ισχύει ότι, αν αυτό είναι τετράγωνο, τότε αυτό εί­ναι ορθογώνιο και δεν ισχύει πως για κάθε τι έχουμε ότι, αν αυτό είναι ορθογώνιο, τότε αυτό είναι τετρά­γωνο».**

**Στο πρώτο μέρος η κύρια λογική συνιστώσα είναι ο καθολικός πο­σοδείκτης, ο οποίος δρα σε μια υποθετι-κή πρόταση με όρους δύο απλές προτάσεις. Η πρότα-ση αυτή έχει ως σύμβολο την Τ(χ) →Ο(χ). Επειδή ο καθολικός ποσοδείκτης δρα στο σύνολο της, την περιβάλ­λουμε με ζεύγος παρενθέσεων και συνεπώς το σύμβολο του πρώτου μέρους είναι η ∀χ(Τ(χ) →Ο(χ)). Στο δεύτερο μέρος η κύρια λογική συ­νιστώσα είναι η άρνηση, αφού αυτή δρα σε όλη την έκφραση (β). Η (β) έχει ως κύρια λογική συνιστώσα τον καθολικό ποσοδεί-κτη, ο οποίος δρα σε μια υποθετική πρόταση με όρους δύο απλές προτάσεις. Σε αυ­τήν την πρόταση της φυσι-κής γλώσσας αντιστοιχεί ο τύπος Ο(χ) →Τ(χ). Σε αυτή τη συμβολική έκ­φραση δρα ο καθολικός ποσοδείκτης, επομένως την περι­βάλλουμε με ζεύγος παρενθέσεων και παίρνουμε την ∀χ(Ο(χ) →Τ(χ)). Σε αυτή δρα η άρνη-ση, επομένως την περιβάλλουμε και αυτή με ζεύ­γος πα-ρενθέσεων και παίρνουμε την ¬ (∀χ(Ο(χ) →Τ(χ))). Έτσι η (2'), και συνεπώς και η (2), συμβολίζεται με την έκφρα-ση.**

**38 / 130-131**

**∀χ(Ο(χ) →Τ(χ)) ∧¬ (∀χ(Ο(χ) →Τ(χ))).**

**Εδώ πρέπει να επισημάνουμε το εξής: Ο καθολικός ποσοδείκτης του πρώτου μέρους αυτής της σύζευξης δρα μόνον στο τμήμα Ο(χ)→Τ(χ) και επομένως δεσμεύει μό­νον αυτές τις δύο εμφανίσεις της μεταβλητής χ. Οι άλλες δύο εμφα­νίσεις της χ στο μέρος Ο(χ) →Τ(χ)  δεσμεύονται από τον δεύ­τερο. Έτσι, καθώς τα δύο αυτά μέρη είναι ανεξάρτητα ως προς το ζή­τημα της χρήσης των ποσοδεικτών και των μεταβλητών, μπορούμε να αντικαταστήσουμε όλες τις εμφανί­σεις της μεταβλητής χ στο ένα από τα δύο μέρη με μιαν άλλη, για πα­ράδειγμα, την ψ. Έτσι, μπορούμε να** **συμβολίσουμε την (2) με την ∀χ(Ο(χ) →Τ(χ)) ∧¬ (∀ψ(Ο(ψ) →Τ(ψ))), χωρίς αυτό να μεταβάλλει σε τίποτε τη λειτουργικότητα του συμβολισμού.**

**Ας δούμε τώρα την πρόταση (3). Η (3) είναι ταυτόση-μη με την (3'): «υπάρχει κάτι το οποίο είναι υγρό και στο οποίο διαλύεται κάθε στε­ρεό».**

**39 / 131-132**

**Η παρουσία της έκφρασης «υπάρ­χει κάτι» δηλώνει την παρουσία υπαρκτικού ποσοδείκτη, ο οποίος θα δρα στην πρόταση**

**(δ): «το οποίο είναι υγρό και στο οποίο διαλύεται κάθε στερεό».**

**Αυτή έχει ως κύρια λογική συνιστώσα τη σύζευξη. Το πρώτο μέρος της συζευκτικής πρότασης είναι η έκφρα-ση «το οποίο είναι υγρό». Εδώ υπάρχει το κατηγόρημα "είναι υγρό" το οποίο ας συμβολίσουμε με Υ. Έτσι, το πρώτο μέρος συμβο­λίζεται με Υ(χ). Το δεύτερο μέρος λέει ότι «κάθε στερεό διαλύεται σε αυτό το υγρό», το οποίο είναι ταυ­τόσημο με την**

**(ε) «για κάθε τι ισχύει ότι, αν αυτό είναι στερεό τότε αυτό διαλύεται σε εκείνο (το υγρό)».**

**Η κύρια λογική συνιστώσα που αντιστοιχεί σε αυτό το μέρος είναι ο καθολικός ποσοδείκτης που δρα στην (ζ): «αν αυτό είναι στερεό, τότε αυτό διαλύεται σε εκείνο (το υγρό)».**

**Αυτή είναι μια υποθετική πρόταση. Εδώ υπάρχουν δύο κατηγορήματα: το «...είναι στερεό» το οποίο ας το συμβολίσουμε με Ρ και το διμελές «... διαλύεται στο...», το οποίο ας το συμβολίσουμε με Δ. Εδώ πρέπει να προσέξουμε ότι η λέξη "εκείνο" αναφέρεται σε ό,τι αναφέρεται και η λέξη "αυτό" του πρώτου μέρους και όχι όπου αναφέρεται η λέξη "αυτό" του δεύτερου μέρους. Συνεπώς στη λέξη "αυτό" του δεύτερου μέρους πρέπει να αντιστοιχίσουμε όχι τη μεταβλητή χ που χρησιμοποιήσαμε στο πρώτο μέρος, αλλά μια άλλη μεταβλητή, για παράδειγμα, την ψ.**

**40 / 132**

**Υπάρχει κάτι το οποίο είναι υγρό και για κάθε τι**

**41 / 132**

**χ χ ψ**

**ισχύει ότι αν αυτό είναι στερεό, τότε: αυτό διαλύεται**

**ψ ψ**

**σε εκείνο**

**χ**

**∃χ(Υ(χ) ∧ ∀ψ(Ρ(ψ) →Δ(ψ,χ)))**

**Έτσι η έκφραση (ζ) συμβολίζεται και (ε) συμβολίζεται Ρ(ψ) εικόναΔ(ψ,χ) οπότε η (δ) συμβολίζεται εικόναψ(Ρ(ψ) εικόναΔ(ψ,χ)), οπότε η (δ) συμβολίζε­ται Υ(χ) εικόνα ∀ψ(Ρ(ψ) εικόναΔ(ψ,χ)). Επειδή ο υπαρκτικός ποσοδείκτης δρα σε όλον αυτόν τον τύπο, τον περιβάλ­λουμε με ένα ζεύγος παρεν-θέσεων, οπότε η (3'), και συνεπώς η (3), συμβολίζεται εικόναχ(Υ(χ) εικόνα ∀ψ(Ρ(ψ) εικόναΔ(ψ,χ))).**

**Ασκήσεις**

1. **Να εκφρασθούν συμβολικά οι ακόλουθες προτάσεις της φυσι­κής γλώσσας:**
2. **Κάθε ένας αγαπάει κάποιον αλλά δεν υπάρχει κάποιος που τον αγαπούν όλοι**
3. **Ουδέν είναι λευκό ή μαύρο. Υπάρχουν μόνον γκρι πράγματα.**
4. **Ο Θεός βοηθάει όποιον βοηθάει τον εαυτό του. (Benzamin Franklin)**
5. **Δεν υπάρχει καλός πόλεμος ή όχι καλή ειρήνη. (Benzamin Franklin)**
6. **Κάποιο κορίτσι αυτού του τμήμα­τος είναι ψηλότερο από όλα τα αγόρια του τμήματος.**
7. **Για κάθε σώμα υπάρχει ένα σώμα μικρότερο του.**

**9. Παραδείγματα Τυποποίησης Προτάσεων της Φυσικής Γλώσσας και Επιχειρημάτων\***

**Στη συνέχεια παραθέτουμε ορισμένα παραδείγματα τυποποίη­σης προτάσεων της φυσικής γλώσσας.**

**1. «Κάθε αγαθό, εκτός των βιβλίων, έχει ΦΠΑ 18%».**

**42 / 132-133-134**

**«... είναι αγαθό»: Α, «... είναι βιβλίο»: B, «... έχει ΦΠΑ 18%»: Γ. Παράφραση: «για κάθε τι, αν αυτό είναι αγαθό και δεν είναι βιβλίο, τότε αυτό έχει ΦΠΑ 18%».**

**Τύπος: ∀χ((Α(χ) ∧¬Β(χ)) →Γ(χ)).**

**2. «Τα κρέατα και τα γαλακτοκο­μικά έχουν χοληστερί-νη»,**

**43 / 134**

**«...είναι κρέας»: Α, «... είναι γαλακτοκομικό»: Β, «... έχει χοληστερίνη»: Γ.**

**Παράφραση: «για κάθε τι, αν αυτό είναι κρέας ή αυτό είναι γαλακτοκο­μικό, τότε αυτό έχει χοληστερίνη».**

**Τύπος: ∀χ((Α(χ) ∨Β(χ)) →Γ(χ)).**

**3. «Κάθε φυσικός αριθμός που εί­ναι πολλαπλάσιος του 4 είναι άρ­τιος».**

**«... είναι φυσικός»: Α, «... είναι πολλαπλάσιος του 4»: Β, «... είναι άρτιος»: Γ.**

**Παράφραση: «για κάθε τι, αν αυτό είναι φυσικός αριθ-μός και αυτό εί­ναι πολλαπλάσιο του 4, τότε αυτό είναι άρτιος».**

**Τύπος: ∀χ((Α(χ) ∧Β(χ)) →Γ(χ)).**

**4. «Μερικά φυτά, αν είναι μονοετή, δεν παράγουν καρπούς».**

**«... είναι φυτό»: Α, «... είναι μονοε­τές»: Β, «... παράγει καρπούς»: Γ.**

**Παράφραση: «υπάρχει ένα τουλά­χιστον πράγμα τέτοιο ώστε: αυτό είναι φυτό και, αν αυτό είναι μονοε­τές, τότε αυτό δεν παράγει καρ­πούς».**

**Τύπος: ∃χ(Α(χ) ∧ (Β(χ) → ¬Γ(χ))).**

**5. «Δεν υπάρχουν ιπτάμενοι δίσκοι»**

**«... είναι ιπτάμενος δίσκος» :Α.**

**Παράφραση: «δεν υπάρχει πράγμα τέτοιο ώστε: αυτό είναι ιπτάμενος δίσκος».**

**Τύπος: ¬∃χA(χ).**

**6. «Μερικά πράγματα δεν είναι ιπτάμενοι δίσκοι».**

**Τύπος: ∃χ¬A(χ).**

**7. «Κάθε τι έχει χρώμα και βάρος».**

**«... έχει χρώμα»: Α, «... έχει βά­ρος»: Β.**

**Παράφραση: για κάθε τι: αυτό έχει χρώμα και αυτό έχει βάρος» ή «κάθε τι έχει χρώμα και κάθε τι έχει βάρος».**

**Τύπος: ∀χ(Α(χ) ∧Β(χ)) ή ισοδυνά­μως ∀χ(Α(χ) ∧ ∀ψΒ(ψ).**

**8.«Μερικά πράγματα έχουν χρώμα ή βάρος».**

**Παράφραση: «υπάρχει πράγμα τέ­τοιο ώστε: αυτό έχει χρώμα ή αυτό έχει βάρος» ή «υπάρχει κάτι το οποίο έχει χρώμα ή υπάρχει κάτι το οποίο έχει βάρος».**

**Τύπος: ∃χ(Α(χ) ∨ (Β(χ)) ή ισοδυνά­μως ∃χ(Α(χ) ∨∃ψΒ(ψ).**

**9. «Κάθε τι έχει χρώμα ή βάρος».**

**Παράφραση: «για κάθε τι: αυτό έχει χρώμα ή αυτό έχει βάρος».**

**Τύπος: ∀χ(Α(χ) ∨ (Β(χ))**

**10. «Κάθε τι έχει χρώμα ή κάθε τι έχει βάρος».**

**Τύπος: ∀χ(Α(χ) ∨ ∀ψΒ(ψ)**

**11. «Κάτι έχει χρώμα και βάρος».**

**Παράφραση: «υπάρχει πράγμα τέ­τοιο ώστε: αυτό έχει χρώμα και αυτό έχει βάρος».**

**Τύπος: ∃χ(Α(χ) ∧Β(χ)).**

**12. «Κάτι έχει χρώμα και κάτι έχει βάρος».**

**Παράφραση: «υπάρχει κάτι το οποίο έχει χρώμα και υπάρχει κάτι το οποίο έχει βάρος».**

**Τύπος: ∃χ(Α(χ) ∧∃ψΒ(ψ)**

**Εδώ πρέπει να αναφέρουμε ότι οι τύποι ¬∃χφ και ∀χ¬φ (φ είναι τύ­πος με μια τουλάχιστον ελεύθερη εμφάνιση της μεταβλητής χ) είναι ισοδύναμοι με την έννοια ότι μπορούμε να τοποθετούμε τον ένα στη θέση του άλλου.**

**Το ίδιο ισχύει και για τους τύ­πους ¬∀χφ και ∃χ¬φ. Ανάλογα ισχύουν και για περισσότερες εμφανίσεις ποσοδεικτών.**

**44 / 134-135**

**Ασκήσεις**

**1. Να εκφρασθούν συμβολικά τα ακόλουθα επιχειρήματα:**

1. **Κάθε τι είναι υλικό ή αφηρημένο.**

**Τα φαντάσματα δεν είναι υλικά.**

**Άρα τα φαντάσματα είναι αφηρημένα**

1. **Κάθε τι ακριβό είναι πολύτιμο και σπάνιο.**

**Οτιδήποτε πολύτιμο είναι επιθυμητό.**

**Άρα, κάθε τι ακριβό ή πολύτιμο είναι επιθυμητό.**

**10. Απόδοση Σημασίας στους Τύπους\***

**Όπως έχουμε πει στα προηγού­μενα, οι προτάσεις της φυσικής γλώσσας που συμβολίζονται με ποσοδείκτες παρουσιάζουν μια αβεβαιότητα σημασιολογικού χα­ρα-κτήρα. Όταν εκφέρουμε την ακό­λουθη πρόταση της φυσικής γλώσσας.**

**«υπάρχει κάτι ευωδιαστό»**

**τι εννοούμε; Πού αναφέρεται η λέξη "κάτι"; Σε χημικές ενώσεις; Σε αρώ­ματα; Σε άνθη; Σε οτιδήποτε υπάρχει στον κόσμο μας; Η αβε­βαιότητα αυτή μας οδηγεί στο να βρούμε τρόπο καθορισμού της ση­μασίας των τύπων. Γι' αυτόν το λόγο καθορίζουμε το πού αναφέρε­ται η λέξη "κάτι". Με άλλα λόγια, αν έχουμε την πιο πάνω πρόταση της φυσικής γλώσσας σε συμβολική μορφή ∃χA(χ), καθο-ρίζουμε τι μπορούμε να τοποθετούμε στη θέση της ατομικής μεταβλητής.**

**Για να γίνουν κατανοητά τα προη­γούμενα ας δούμε το εξής παράδειγμα: Παίρνουμε τους τύ­πους**

**45 / 135-136**

**(1): ∀χ((Α(χ) ∨Β(χ)) →Γ(χ)), (2): ∀χ∃ψΓ(χ,ψ), (3): ∃χ∀ψ¬Γ(ψ,χ), (4): ∀χ(Δ(χ) →¬Α(χ)), (5): Δ(α), (6): Δ(β), οι οποίοι κατασκευάζονται με τη βοήθεια των μονομελών κατηγο­ρηματικών συμβόλων Α, B, Δ του διμελούς κατηγορηματικού συμβό­λου Γ, των μεταβλητών γ,ψ και των σταθερών α,β. Προβαίνουμε σε δύο ερμηνείες των πιο πάνω τύπων.**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **46 / 136-137**   |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Ερμηνεία I**  **Το** **σύνολο αναφο-ράς** **είναι οι πρό-σκοποι Αντώνης, Βασίλης, Γιώργος,** **Δημήτρης, Ευ­άγγε-λος, Ζαχα­ρίας, Θεό-δω­ρος, οι οποίοι έ-χουν** **κατασκηνώσει σε ένα δάσος. Ο Βασί-λης, ο Δημήτρης και ο Ζαχαρίας είναι οι μάγειροι της κατά-σκήνωσης.** **Οι Αντώ-νης, Γιώργος, Ευάγ­γελος και Ηλίας φυλά-νε βάρδια τα βράδια και οι Βασίλης, Δημή-τρης, Ζαχα­ρίας, και Θεό­δωρος είναι συ-ντηρητές της κατά-σκήνωσης. Οι Αντώ-νης, Γιώργος, Ευάγ-γελος, Ηλίας εί­ναι συμμαθητές στη Γ' γυμνα­σίου και οι**  **Βα­σίλης και Θεό­δωρος είναι συμμαθητές στην Β'** **γυμνα­σίου.**  **47 / 137** |  | **Ερμηνεία II  Το σύνολο ανα­φοράς** **είναι τα δέκα ψηφία, δη­λαδή οι αριθμοί 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9.** |  |  |  |  | | --- | --- | --- | | **Το Α ερμηνεύε­ται ως «... φυ­λάγει βάρδια».  Το Β ερμηνεύε­ται ως «... είναι συντη-ρητής».  Το Δ ερμηνεύε­ται ως «... είναι μάγειρος».  Το Γ ερμηνεύε­ται ως «ο... είναι συμμαθητής του...». Το α ερμηνεύε­ται ως "ο Βασί­λης" και το β ως "ο Θεόδωρος).  Τότε ο τύπος (1) ερμηνεύεται ως «κάθε κατασκη­νωτής φυλάγει βάρδια ή είναι συντηρητής». Ο (2) ως «κάθε κατασκηνωτής έχει τουλάχιστον έναν κατάσκη­νωτή ως συμ­μαθητή του». Ο (3) ως «υπάρχει κατάσκη-νωτής που δεν έχει συμμαθητή στην κατα-σκή­νωση». Ο (4) ως «ουδείς μάγει­ρος φυλάγει βάρδια». Ο (5) ως «ο Βασίλης είναι μάγειρος» και ο (6) ως «ο Θεόδωρος είναι μάγειρος».**  **118 / 128** |  | **Το Α ερμηνεύε­ται ως «... είναι άρτιος».  Το Β ερμηνεύε­ται ως «... είναι περιττός».  Το Δ ερμηνεύε­ται ως «... είναι πρώτος».  Το Γ ερμηνεύε­ται ως «.. διαι­ρεί τον...»**  **Το α ερμηνεύε­ται ως 2 και το β ως 4.**  **Τότε ο τύπος (1) ερμηνεύεται ως «κάθε ψηφίο εί­ναι άρτιο ή πε­ριττό» Ο (2) ως «κάθε ψηφίο δι­αιρεί ένα τουλάχιστον ψη­φίο». Ο (3) ως «υπάρχει ψηφίο που δεν διαιρεί­ται από οποιοδήποτε ψηφίο». Ο (4) ως «ουδέν πρώτο ψηφίο είναι άρτιο». Ο (5) ως «το 2 εί­ναι πρώτος» και ο (6) ως «το 4 είναι πρώ­τος».** | |

**Παρατηρούμε ότι ο τύπος (1) ερ­μηνεύεται ως αληθής πρόταση και στις δύο περιπτώσεις. Και οι δύο ερμηνείες του (2) είναι ψευδείς. Η πρώτη ερμηνεία του (3) είναι αλη­θής, ενώ η δεύτερη ψευδής. (Τι συμβαίνει με τους υπόλοιπους τύπους;)**

**Με τον τρόπο που είδαμε πιο πάνω καθορίζουμε τη σημασία ενός τύπου ή μιας ομάδας τύπων. Για να γίνει αυτό πρέπει να έχουμε προσ­διορίσει:**

**1. Ένα σύνολο αναφοράς (ή**  **πεδίο**  **ή**  **σύμπαν), δηλαδή το σύ­νολο των ατομικοτήτων στο οποίο αναφέρονται οι μεταβλητές που υπάρχουν στους τύπους και**

**2. Μια αντιστοίχηση**

**(α) των κατηγορηματικών συμβό­λων που υπάρχουν στους τύπους με συγκεκριμένα κατηγορήματα ή σχέσεις που αναφέρονται στα στοι­χεία του συνόλου αναφοράς και**

**(β) των ατομικών σταθερών με συγκεκριμένα ονόματα στοιχείων του συνόλου αναφοράς.**

**48 / 137-138**

**Ιστορία 6η Ο Ιδανικός Άντρας για τη Μαρία**

**Ο ιδανικός άντρας για τη Μαρία εί­ναι ψηλός, μελαχρινός και ωραίος. Η Μαρία γνωρίζει τέσσερις άντρες, τον Αλέκο, το Βασίλη, το Γιώργο και το Δημήτρη, μόνο ένας από τους οποίους έχει όλα τα σωστά χαρακτηριστικά. Γνωρίζοντας ότι:   
(α) τρεις είναι ψηλοί, δυο μελαχρι­νοί, και μόνο ένας ωραίος   
(β) καθένας από τους τέσσερις έχει τουλάχιστον ένα σωστό χαρακτη­ριστικό   
(γ) ο Αλέκος και ο Βασίλης έχουν την ίδια φυσιογνωμία   
(δ) ο Βασίλης και ο Γιώργος έχουν το ίδιο ύψος   
(ε) ο Γιώργος και ο Δημήτρης δεν είναι ψηλοί,   
να βρείτε ποιος από τους τέσσερις είναι ιδανικός για τη Μαρία.**

**Αν έχουμε τα πιο πάνω, τότε λέμε ότι έχουμε μια ερμη-νεία του τύπου ή της ομάδας των τύπων.**

**Μια αποτίμηση των μεταβλητών (που υπάρχουν στους τύπους) σε σχέση με μια ερμηνεία είναι η αντιστοίχηση των μεταβλητών που υπάρχουν σε αυτούς με τα ονόματα συγκεκριμένων στοιχείων του συ­νόλου αναφοράς.**

**Μια ομάδα τύπων επιδέχεται οσεσδήποτε ερμηνείες και σε κάθε ερμηνεία μπορούμε να έχουμε πολ­λές αποτιμη-σεις των μεταβλητών.**

**Είναι φανερό πως μόνον όταν ερ­μηνεύσουμε έναν τύπο παίρνουμε προτάσεις της φυσικής γλώσσας που έχουν καθορισμένη σημασία. Συνεπώς μόνον στο πλαίσιο μιας ερμηνείας μπορούμε να μιλάμε για αλήθεια ή ψεύδος σε σχέση με τους τύπους της κατηγορηματικής λογι­κής.**

**Όσα έχουμε πει στην προτασιακή λογική σχετικά με τα επιχειρήματα ισχύουν και στην κατηγορηματική λογική. βεβαίως σε ένα σχήμα επι­χειρήματος οι τύποι που το απαρτί­ζουν μπορεί να είναι και τύποι της κατηγορημα-τικής λογικής. Όπως είπαμε, η αλήθεια ή το ψεύδος εννοούνται μόνον στο πλαίσιο μιας ερμηνείας. Συνεπώς, μπορούμε να αναφερόμαστε στην εγκυρότητα ενός επιχειρήματος μόνον ως προς μια συγκεκριμένη ερμηνεία των τύ­πων του. Λέμε ότι ένα σχήμα επι­χειρή-ματος είναι έγκυρο όταν και μόνον όταν είναι έγκυρο ως προς κάθε ερμηνεία των όρων του. Ανά­λογες παρατηρή-σεις μπορούμε να κάνουμε για την έννοια της απόδει­ξης.**

**49 / 138-139**

**Αν αντικαταστήσουμε τους τύπους ενός εγκύρου σχή-ματος επιχειρή­ματος του προτασιακού λογισμού με τύ-πους του κατηγορηματικού λογισμού το σχήμα επιχειρή-ματος που παίρνουμε είναι έγκυρο.**

**50 / 139**

**IV. Στοιχεία Πρακτικής Λογικής**

**1. Επιχείρημα και Επιχειρηματολογία**

* 1. **Εισαγωγή**

**Σε αυτό το κεφάλαιο του βιβλίου ασχολούμαστε με τη λογική από πρακτική σκοπιά. Δηλαδή, με το πώς μπο-ρούμε στην καθημερινή μας ζωή, όταν συζητούμε με άλλους ή όταν** **θέλουμε να γράψουμε ένα κείμενο, να δια-τυπώνουμε με σωστό τρόπο τις ιδέες μας, να αιτιολογού-με αυτά που λέμε και να είμαστε σε θέση να διακρίνουμε ασυνέπειες ή λάθη σε αυτά που άλλοι λένε ή γράφουν.**

**51 / 141**

**Πολύ συχνά οι καθηγητές συμβουλεύουν τους μαθητές να αναπτύξουν κριτική σκέψη και να διατυπώνουν καθα-ρά και να αναλύουν σωστά τις ιδέες τους. Όταν κάποιος υποστηρίζει μια θέση που δε μας φαίνεται από πρώτη άποψη σωστή, μπορούμε εύλογα να τον ρωτήσουμε: «Τι λόγους έχεις για να πιστεύεις αυτό;» ή ακόμα, «Εξήγησέ μας γιατί αυτό είναι έτσι όπως το λες».**

**Ακόμα και όταν είμαστε βέβαιοι για τις** **πεποιθήσεις μας**, **πρέπει πάντα να είμαστε σε θέση να εξηγήσουμε τους λό-γους για τους οποίους πιστεύουμε ότι αυτές είναι ορθές. Γιατί οι πεποιθήσεις μας δεν είναι πάντα σωστές, ούτε και οι άλλοι εί­ναι πάντοτε διατεθειμένοι να απο­δεχθούν αυτά που εμείς πιστεύ­ουμε.**

**Βέβαια δεν είναι πάντοτε δυνατόν να μπορούμε να αιτιολογήσουμε τα πάντα. Μια συζήτηση ανάμεσα σε δύο ανθρώπους, τον Α και τον Β, μπορεί να είναι τελείως απότυχη­μένη, αν ο Β ρωτάει συνέχεια «γιατί» σε ό,τι λέει ο Α. Υπάρχουν πάντοτε κάποια πράγ­ματα - κοινές εμπει-ρίες, αποδεκτές αλήθειες κτλ- στα οποία δύο άν­θρωποι συμφωνούν και πάνω σε αυτά μπορεί να στηριχθεί μια συζή­τηση. Η άρνηση να δεχθούμε να συμφωνήσουμε με τον άλλο σε οτι­δήποτε, μπορεί να οδηγήσει στην έλλειψη κάθε επικοινωνίας.**

**Μπορούμε να αιτιολογούμε και να εξηγούμε είτε τις πε-ποιθήσεις μας είτε τις πράξεις μας. Ενδιαφερό­μαστε τόσο για το πώς είναι τα πράγματα όσο και για το τι πρέπει να πράττουμε. Έτσι, η ανθρώπινη σκέψη μπορεί να είναι είτε θεωρη­τική είτε πρακτική, χωρίς να αποκλείεται να συμβαίνουν και τα δύο τα οποία δεν είναι πάντοτε ανε-ξάρτητα. Πολλές φορές οι πε­ποιθήσεις μας είναι δυνατό να επη­ρεάσουν τις πράξεις μας, όπως εί­ναι δυνατόν και το αντίστροφο.**

**Σε σχέση με τις πεποιθήσεις μας μπορούμε να έχουμε γι' αυ­τές κίνητρα**, **λογικές αιτίες και αι­τίες διαμόρφω-σής τους**. **Σε αυτό το κεφάλαιο του βιβλίου θα ασχολη­θούμε μόνο με τους λόγους των πεποιθήσεών μας, γιατί αυτοί ανή­κουν στη σφαίρα της λογικής. Όταν λέμε λογι-κές αιτίες ή λόγους μιας πεποίθησης, εννοούμε διατυ-πωμέ­νες προτάσεις, από την αλήθεια των οποίων συνε-πάγεται, είτε με βεβαιότητα είτε με πιθανότητα, η αλήθεια της πεποίθησής μας. Από την άλλη πλευρά τα κίνητρα και οι αιτίες μπορούν να ανήκουν στις σφαίρες της ηθι-κής ή της ψυχολο­γίας. Έτσι, το κίνητρο για μια πράξη μας μπορεί να είναι το πρακτικό μας όφελος. Ακόμα η διαμόρφωση πεποιθήσεων μπορεί να οφείλεται σε ψυ-χολογικούς λόγους, όπως για παράδειγμα, η πίστη κάποιου ότι «Τα μαύρα σκυλιά είναι επικίν­δυνα» μπορεί να οφείλεται σε φό­βους ή περιστατικά της παιδικής του ηλικίας.**

**52 / 141-142**

**Για τις ανάγκες του κεφαλαίου αυ­τού μπορούμε να ονο-μάσουμε επι­χείρημα «το σύνολο των λογικών αιτιών με τις οποίες υποστηρίζουμε μια πεποίθηση ή μια θέση». Αυτός είναι ένας πιο χαλαρός ορισμός από αυτόν που είδαμε σε προηγούμενο κεφάλαιο, γιατί τώρα ενδιαφε-ρόμαστε για το πρακτικό και μη τυπικό μέρος της λογι-κής. Έτσι, ένα επιχείρημα δεν είναι απλώς η διατύπωση κάποιων απόψεων. Με τα επιχειρήματα προσπαθούμε να υποστηρίξουμε κάποιες θέσεις ή να αντικρούσουμε άλλες. Λέγοντας επιχειρηματολο­γία, εννοούμε τη χρήση επιχειρη­μάτων στη διατύπωση των σκέ­ψεών μας και στην υποστήριξη και θεμελίωση των πεποιθήσεών μας.**

**53 / 142**

* 1. **Η Αξία της Επιχειρηματολογίας**

**Η επιχειρηματολογία είναι ουσιαστικής σημασίας και για την ορθή διατύπωση των απόψεών μας και ως ερ-γαλείο για κριτική σκέψη και αξιολόγηση των πεποι-θήσεων άλλων ανθρώπων.**

**• Η χρήση επιχειρημάτων μας βο­ηθά να εκτιμήσουμε ποιες θέσεις εί­ναι ορθότερες από άλλες ή πιο ση­μαντικές. Αυτή η εκτίμηση μπορεί να γίνει, όταν τα επιχειρήματα που στηρίζουν τη μια θέση είναι ισχυρό­τερα από αυτά που στηρίζουν την άλλη.**

**54 / 143**

**• Αναζητώντας λογικές αιτίες μπο­ρούμε να απαλλαγού-με από προ­καταλήψεις και από προκατασκευ­ασμένες ιδέες.**

**• Στηρίζοντας τις θέσεις μας με ισχυρά επιχειρήματα κατορθώνουμε να δείξουμε στους άλλους την ορθότητα των πεποι­θήσεών μας και να υπερασπίσουμε τις από-ψεις μας από τυχόν αντιρ­ρήσεις.**

**• Σχεδιάζοντας και διατυπώνοντας με λογική σειρά και καθαρότητα τις σκέψεις μας μπορούμε να αποφα­σίζουμε ποιες πληροφορίες είναι πράγματι χρήσιμες και πώς να τις χρησιμοποιούμε για την υποστή­ριξη των θέσεών μας.**

**• Η επιχειρηματολογία μας βοηθά να αναπτύξουμε την ικανότητα να προχωράμε πιο πέρα από τις πλη­ροφορίες που έχουμε για κάτι, ώστε να βγάζουμε συμπεράσματα και να βλέπουμε ποιες συνέπειες μπορούμε να εξάγουμε από αυτά που άλλοι άνθρωποι λένε ή κάνουν.**

**• Διαμέσου της επιχειρηματολο­γίας μπορούμε να ανα-γνωρίσουμε αντιφάσεις ή ασυνέπειες - τόσο στις δικές μας πεποιθήσεις όσο και στων άλλων- και να προσπα-θήσουμε να τις αποφύγουμε.**

**2. Είδη προτάσεων προκείμενες-συμπέρασμα**

* 1. **Προτάσεις**

**Όταν διατυπώνουμε είτε προφορικά είτε γραπτά τις σκέ-ψεις μας, ο λόγος μας οργανώνεται σε προτά­σεις. Μπο-ρούμε να πούμε ότι μια πρόταση είναι ένα σύνολο λέξεων που έχει νόημα και τηρεί τους βασι­κούς κανόνες της γραμματικής. Για παράδειγμα, ο συνδυασμός των λέ­ξεων «συμβούλους τους ο πρωθυ­πουργός του για συμ-βουλεύεται τις εκλογές» δεν είναι πρόταση. Είναι όμως πρόταση ο ακόλουθος συν­δυασμός των ίδιων λέξεων: «Ο πρωθυπουργός συμβουλεύεται τους συμβούλους του για τις εκλο­γές». Είναι όμως δυνατό να έχουμε μια γραμ-ματικά σωστή σειρά λέ­ξεων που όμως να μην έχει νόημα και επομένως να μη θεωρείται πρό­ταση. Για παράδειγμα: «Η γλώσσα του δένδρου βλέπει τις ακτίνες του σκότους». βέβαια, μερικές φορές τέ­τοιου είδους εκφράσεις χρησιμο­ποιούνται στον ποιητικό λόγο.**

**55 / 144**

**Όπως ήδη έχουμε δει στο δεύτερο κεφάλαιο, οι προ-τάσεις είναι πολ­λών ειδών. Έχουμε αποφαντικές ή δη-λωτικές προτάσεις, ερωτηματικές προτάσεις, προστα-κτικές προτά­σεις, παρακλητικές προτάσεις κτλ. Από όλες αυτές τις προτάσεις η λο­γική ασχολείται μόνο με τις από-φαντικές ή δηλωτικές προτάσεις, που δηλώνουν γνώμες οι οποίες είναι δυνατόν να χαρακτηρισθούν ως αληθείς ή ψευδείς. Μια αποφαντική πρόταση μπορεί να εί­ναι σύν-θετη και να αποτελείται από πολλές απλές αποφαντικές προτά­σεις. Για παράδειγμα, η πρόταση «όλοι χρησιμο-ποιούμε επιχειρή­ματα στην καθημερινή μας ζωή, αλλά οι περισσότεροι από εμάς δεν έχουν διδαχθεί λογική» από-τελείται από δύο απλές αποφαντικές προ­τάσεις που συνδέονται με τη λέξη "αλλά". Όταν επομένως επιχειρη­ματολογούμε ή διατυπώνουμε επι­χειρήματα, το βασικό κύτταρο του λογισμού μας είναι η απλή δηλω­τική ή αποφαντική πρόταση. Από δω και πέρα όταν λέμε "πρόταση" εννοούμε την αποφαντική ή δηλω­τική πρόταση, εκτός και αν υπάρχει ανάγκη διάκρισης.**

**Άσκηση 1**

**Αποφασίστε ποιες από τις παρα­κάτω προτάσεις είναι δηλωτικές ή αποφαντικές και ποιες όχι. Μετά γράψτε τρία δικά σας παραδείγματα αποφαντικών προ­τάσεων και τρία άλλου είδους προ­τάσεων.   
Α. Γιατί το έκανες αυτό;   
Β. Υπάρχει ένα πράσινο βιβλίο πάνω στο τραπέζι.   
Γ. Με τιμά πολύ η παρουσία σας.   
Δ. Το ψωμί γίνεται από αλεύρι.  
Ε. Πρέπει να υπακούμε στους νό­μους της χώρας μας.  
Ζ. Έλα δω γρήγορα.**

**Άσκηση 2**

**Εντοπίστε τις απλές απόφα-ντικές προ­τάσεις ανάμεσα στις παρακάτω:   
Α. Όλα τα δέντρα έχουν πράσινα φύλλα και αυτό εδώ είναι ένα δε-ντρο.   
Β. Τα ασημένια κοσμήματα είναι πολύ κοινά, γιατί το ασήμι είναι ένα σχετικά φτηνό μέταλλο και δουλεύ­εται πολύ εύκολα.   
Γ. Σήμερα έχει συννεφιά και είναι πιθανό να βρέξει.   
Δ. Δεν είναι φανερό ότι οι καλές τέχνες είναι βασικό στοιχείο του πολιτισμού;**

**56 / 144-145**

**57 / 145-146**

* 1. **Προκείμενες και Συμπέρασμα**

**Σε κάθε επιχείρημα υποστηρίζουμε μια θέση με βάση κάποιους λόγους. Τις προτάσεις με τις οποίες διατυ­πώνουμε αυτούς τους λόγους τις ονομάζουμε προκεί-μενες και την πρόταση που υποστηρίζεται από τις προ-κείμενες την ονομάζουμε συμπέρασμα. Το μικρότερο δυνατό επιχείρημα αποτελείται από δύο αποφαντικές προτάσεις. Μία προ­κείμενη και ένα συμπέρασμα. Συνή­θως όμως υπάρχουν περισσότερες από μία προκείμενες που υποστη­ρίζουν ένα συμπέρασμα. Μια βα­σική ικανό-τητα, που πρέπει να κα­τέχουμε για να μπορούμε να επι­χειρηματολογούμε σωστά, είναι να έχουμε τη δυνατότη-τα να ξεχωρίζουμε σε κάθε περίπτωση ποιο είναι το συ-μπέρασμα και ποιες οι προκείμενες. Δεν υπάρχει τίποτε το ιδιαίτερο σε μια αποφαντική πρόταση που την κάνει να είναι προκείμενη ή συμπέρασμα. Τις διακρίνουμε μό-νο χάρη στη διαφορετική λειτουργία που έχουν στο επι-χείρημα. Η λειτουργία μιας πρότασης σε ένα επιχείρημα καθορίζεται από τις σχέσεις που έχει με τις άλλες προτάσεις.**

**Ας προσπαθήσουμε να διευκρινίσουμε αυτό το σημείο με ένα παράδειγμα. Έστω οι παρακάτω τρεις προτάσεις:**

**• Το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο.**

**• Οδήγησες το αυτοκίνητο μέσα από λάσπες.**

**• Το αυτοκίνητο σου χρειάζεται πλύσιμο.**

**Αν με [Π] και [Σ] σημειώνουμε την προκείμενη και το συμπέρασμα αντίστοιχα, μπορούμε να δούμε πώς οι παραπάνω προτάσεις μπορούν να έχουν διαφορετικούς ρόλους σε διαφορετικά επιχειρήματα.**

**• Το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο [Σ], γιατί οδήγησες το αυτοκίνητο μέσα από λάσπες [Π].**

**• Το αυτοκίνητο σου χρειάζεται πλύσιμο [Σ], επειδή το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο [Π].**

**Βλέπουμε ότι η ίδια πρόταση «το αυτοκίνητο σου είναι βρώμικο» χρησιμοποιείται τη μια φορά ως προκείμενη και την άλλη ως συμπέρασμα. Επομένως, μία πρό­ταση μπορεί να είναι σε ένα επιχεί­ρημα είτε προκείμενη είτε συμπέ­ρασμα, ανάλογα με τον τρόπο που συνδέεται με τις άλλες προτάσεις. Επίσης, σε σύνθετα επιχειρήματα, μια προκείμενη του βασικού συμπεράσματος μπορεί να είναι συμπέρασμα άλλων προκείμενων.**

**Στην πράξη, πολλές φορές είναι σχετικά εύκολο να δια-κρίνουμε προκείμενες από συμπεράσματα, γιατί συνή-θως χρησιμοποιούμε με­ρικές χαρακτηριστικές λέξεις για να εισαγάγουμε τις προκείμενες ή τα συμπεράσματα. Λέξεις που δείχνουν την παρουσία κάποιου συμπερά-σματος είναι οι εξής: "Επομένως", "άρα", "(δεν) πρέπει", "συνεπάγεται", "έτσι" κλπ. Από την άλλη, λέξεις όπως "γιατί", "επειδή", "εφόσον" κλπ. δείχνουν την παρουσία προκείμενων. Επομέ­νως, όταν σε ένα κείμενο θέλουμε να διακρίνουμε τα επιχειρήματα, πρώτα ψάχνουμε να βρού-με λέξεις που να δηλώνουν την παρουσία συμπεράσμα-τος ή προκείμενων. Αν δεν υπάρχουν τέτοιες λέξεις, τότε πρέπει να βρούμε τη σχέση των διαφόρων προτάσεων μέσα στο κείμενο, ώστε να διαπιστώσουμε αν κάποια πρόταση υποστηρίζεται από άλλες και επομένως είναι ένα συμπέρασμα. Αν δεν μπορούμε στο κείμενο μας να διακρίνουμε κάποιο συμπέρασμα τότε το κείμενο αυτό πιθανώς δεν περιέχει επιχείρημα.**

**Ας δούμε ένα παράδειγμα:**

**58 / 146-147**

**Οι άνθρωποι που κάνουν δίαιτα χάνουν βάρος. Ο**

**Διονύσης δεν κά­νει δίαιτα.**

**Δε χάνει βάρος.**

**Σε αυτό το παράδειγμα δεν υπάρ­χει κάποια λέξη που να μας δηλώ­νει το συμπέρασμα. Από την άλλη είναι φανερό ότι οι τρεις προτάσεις έχουν κάποια σύνδεση μεταξύ τους και πρέπει να αποτελούν ένα επι­χείρημα. Για να βρούμε το συμπέ­ρασμα, πρέπει να δούμε ποια είναι η πρόταση στην οποία υπάρχει το βασικό σημείο του κειμένου. Φαί-νε­ται ότι το βασικό σημείο είναι ότι "ο Διονύσης δεν κάνει δίαιτα". Τότε το επιχείρημα πρέπει να διατυπωθεί ως εξής:**

**Οι άνθρωποι που κάνουν δίαιτα χάνουν βάρος. Ο**

**Διονύσης δε χάνει βάρος.**

**Άρα, δεν κάνει δίαιτα.**

**Θα μπορούσε όμως κάποιος να θεωρήσει ότι το βασικό σημείο είναι ότι "ο Διονύσης δεν έχει χάσει βά­ρος". Τότε το επιχείρημα πρέπει να διατυπωθεί ως εξής:**

**Οι άνθρωποι που κάνουν δίαιτα χάνουν βάρος. Ο**

**Διονύσης δεν κά­νει δίαιτα.**

**Άρα, δε χάνει βάρος.**

**Ποιος είναι ο πιο σωστός τρόπος να διαβάσουμε το κεί-μενο, αν θέλουμε να έχουμε ένα ορθό επιχεί­ρημα; Παρ' όλο που από πρώτη άποψη δεν είναι εύκολο να αποφα­σίσουμε, τελικά πρέπει να δεχθούμε ότι το πρώτο επιχεί-ρημα είναι το ορθό. Γιατί, αν ο Διονύσης δε χάνει βάρος, είναι βέβαιο -με βάση την πρώτη προκείμενη- ότι δεν κά-νει δίαιτα. Αν όμως ο Διονύ­σης δεν κάνει δίαιτα δεν είναι αναγκαστικά βέβαιο ότι δε χάνει βάρος. Και τούτο, γιατί υπάρχουν και άλλες αιτίες που κάποιος είναι δυνατό να χάσει βάρος, όπως για παράδειγμα η αρρώστια.**

**59 / 147**

**Άσκηση 3**

**Για κάθε ένα από τα παρακάτω κεί­μενα να αποφασίσετε (α) αν περιέ­χουν κάποιο επιχείρημα, και αν ναι, τότε (β) να διακρίνετε ποιο είναι το συμπέρασμα.   
Α. Κάθε καλοκαίρι έχουμε κύμα πυρκαγιών στη χώρα μας με μεγά­λες καταστροφικές συνέπειες. Η κυβέρνηση πρέ-πει για φέτος να λά­βει από νωρίς μέτρα.   
Β. Οι πυρκαγιές είναι ένα συνηθισμένο φαινόμενο στις μεσο­γειακές χώρες. Η μεγάλη πλειοψη­φία τους λαμβάνει χώρα κατά τη δι­άρκεια του καλοκαιριού και έχουν πολλα-πλές καταστροφικές συνέ­πειες.   
Γ. Επειδή τα τελευταία χρόνια δεν είχαμε πολλές βροχές και οι υδάτι­νοι πόροι μειώθηκαν αισθητά, η κυβέρνηση αποφάσισε να επιβάλει περιορισμούς στην ύδρευση.**

**60 / 148**

**Δ. Οι κυβερνητικές εκστρατείες κατά του καπνίσματος στηρίζονται στην άποψη ότι ο μεγαλύτερος κίν­δυνος για την υγεία από το κάπνισμα είναι ο κίνδυνος του καρ­κίνου στον πνεύμονα. Αλλά αυτό δεν είναι σωστό. Είναι βέβαιο ότι οι βαρείς καπνιστές έχουν διπλάσιες πιθανότητες να πεθάνουν από καρδιακό νοσήματα, ενώ η πιθανό­τητά τους να πεθάνουν από καρ­κίνο του πνεύμονα δεκαπλα-σιάζε­ται. Αλλά πρέπει να σημειώσουμε ότι οι περιπτώ-σεις θανάτων από καρδιακά είναι κατά πολύ περισσό­τε-ρες από αυτές του καρκίνου στον πνεύμονα. Έτσι, για κάθε καπνιστή που πεθαίνει από καρκίνο του πνεύμονα υπάρχουν τρεις που πε­θαίνουν από καρδιά.   
Ε. Στα πρόσφατα χρόνια η ζήτηση για εργαζομένους ει-δικούς στους ηλεκτρονικούς υπολογιστές έχει αυξηθεί. Όλο και περισσότεροι σπουδαστές παίρνουν πτυχία σε αυτές τις ειδικότητες. Όμως πολλές εταιρίες θεωρούν ότι αυτοί οι πτυχιούχοι είναι ανεπαρκείς και χρειάζονται περισσότερη εξάσκηση.**

**Άσκηση 4**

**Στην άσκηση αυτή ζητείται να δια­λέξετε τις προκείμενες που πράγματι υποστηρίζουν το δεδο­μένο συμπέρασμα. Δε χρειάζεται να ανησυχείτε κατά πόσο οι προκείμε­νες εί-ναι αληθείς ή όχι. Η επιλογή σας να γίνει θεωρώντας ότι αν είναι αληθείς υποστηρίζουν το συμπέρασμα.**

**1. Συμπέρασμα: Οι δωρητές αίματος πρέπει να πληρώ-νονται.   
(Α) Η υπηρεσία αιμοδοσίας έχει πολλά έξοδα και τα έσο-δά της εί­ναι περιορισμένα.   
(Β) Υπάρχει έλλειψη δωρητών αίματος και η αμοιβή θα ενθαρ­ρύνει πολλούς να γίνουν δωρη­τές.   
(Γ) Οι άνθρωποι που δίνουν αίμα το κάνουν για να βοη-θήσουν τους συνανθρώπους τους.**

**2. Συμπέρασμα: Η χορτοφαγική δίαιτα είναι ευεργετική για την υγεία.   
(Α) Η χορτοφαγία στερεί από τον οργανισμό ορισμένες σημαντικές βιταμίνες.   
(Β) Η χορτοφαγία αποκλείει τα ζωικά λίπη που είναι βλα-βερά.   
(Γ) Η χορτοφαγία δεν εμπεριέχει το ψάρι και το λάδι που είναι ευεργετικά για την υγεία.**

**3. Συμπέρασμα: Η χορτοφαγία δεν είναι ευεργετική για την υγεία.    
(Α) Η χορτοφαγία στερεί από τον οργανισμό ορισμένες σημαντικές βιταμίνες.**

**(Β) Η χορτοφαγία αποκλείει τα ζωικά λίπη που είναι βλαβερά.   
(Γ) Η χορτοφαγία δεν εμπεριέχει το ψάρι και το λάδι που είναι ευ­εργετικά για την υγεία.**

**4. Συμπέρασμα: Όταν οι εργοδό­τες επιλέγουν προσωπικό, πρέ­πει να στηρίζουν την επιλογή τους στην προσωπικότητα των υποψηφίων και όχι στις ικανότη­τές τους.   
(Α) Με τα χρόνια οι προσωπικό­τητες αλλάζουν και οι ικα-νότητες εξαφανίζονται.   
(Β) Οι ικανότητες εύκολα μπο­ρούν να αποκτηθούν, ενώ οι προσωπικότητες είναι δύσκολο να αλλάξουν.   
(Γ) Μερικές ικανότητες δεν μπο­ρούν να αποκτηθούν από τον καθένα, ενώ ο καθένας μπορεί να αναπτύξει μια καλή προσωπικό­τητα.**

**61 / 149**

**2.3 Υποθετικές προτάσεις**

**Σε αρκετά επιχειρήματα χρησιμο­ποιούμε υποθετικές προτάσεις ως προκείμενες. Αυτές οι προτάσεις είναι δηλώσεις που αρχίζουν συνή­θως με τη λέξη "αν" (ή όταν) και λένε ότι κάτι είναι αληθές ή θα συμβεί, στην περίπτωση που κάτι άλλο είναι αληθές ή συμβαίνει. Για παράδειγμα «αν διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου κουράζονται τα μάτια μου». Μια υποθετική πρόταση δη­λώνει τη σύνδεση των δύο απλών προτάσεων από τις οποίες αποτε­λείται και όχι την αλήθεια ή το ψεύ­δος τους. Έτσι, την υποθετική πρό­ταση τη θεωρούμε ως μία ενό-τητα και επομένως ως μία προκείμενη στο επιχείρημα. Άρα δεν πρέπει να προσπαθούμε να τη χωρίσουμε σε δύο προκείμενες. Πολλές φορές μπερδεύουμε μια υποθετική πρό­ταση με ένα απλό επιχείρημα που αποτελείται από μια προκείμενη και ένα συμπέρασμα. Αυτό είναι κάτι που πρέπει να το αποφεύγουμε. Ας δούμε πάλι το παραπάνω παράδειγμα:**

**(Α) Αν διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου, κουράζονται τα μάτια μου.**

**(Β) Επειδή διαβάζω χωρίς τα γυα­λιά μου, κουράζονται τα μάτια μου.**

**Η πρώτη πρόταση είναι υποθετική που λέει ότι αν συμβαίνει το ένα πράγμα τότε συμβαίνει και το άλλο. Δε μας λέει ότι πράγματι τώρα δια­βάζω χωρίς τα γυαλιά μου. Η δεύ­τερη είναι ένα επιχείρημα που απο­τελείται από μια προκείμενη που λέει ότι πράγματι τώρα (ή πάντοτε, ή συνήθως) διαβάζω χωρίς τα γυα­λιά μου και επομένως κουράζονται τα μάτια μου. Στην πραγματικότητα το (β) είναι ελλειπτικό επιχείρημα από το οποίο έχει παραλει-φθεί μία προκείμενη η οποία είναι η υποθε­τική πρότα-ση(Α). Η πλήρης διατύ­πωση του επιχειρήματος είναι η εξής:**

**62 / 149-150**

**Αν διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου κουράζονται τα μάτια μου (Π)**

**Διαβάζω χωρίς τα γυαλιά μου (Π)  
Κουράζονται τα μάτια μου (Σ)**

**Άσκηση 5**

**Ποια από τα παρακάτω είναι υπο­θετικές προτάσεις και ποια ελλειπτικά επιχειρήματα. Να διατυπώσετε τα τε-λευταία στην πλήρη μορφή τους.   
Α. Όταν τρώω πολύ, βαρυστομαχιάζω.   
Β. Έπαιξα ποδόσφαιρο και κου­ράστηκα.   
Γ. Η Μαρία θα αρχίσει δίαιτα, για να χάσει βάρος.   
Δ. Όποιος μελετά σκληρά πετυχαί­νει στις εξετάσεις.**

**3. Σύνδεση Προτάσεων σε ένα Επιχείρημα**

**Έχουμε δει πως κάποιες προτά­σεις -οι προκείμενες- συνδέονται με μια άλλη πρόταση -το συμπέ­ρασμα- υπο-στηρίζοντας το ή επε­ξηγώντας το. Τώρα θα δούμε πώς οι διάφορες προκείμενες συνδέονται σε ένα επιχείρημα για να υποστηρίξουν το συμπέρασμα.**

**63 / 150-151**

**3.1. Συνδεδεμένες Προκείμενες**

**Πολύ συχνά η αιτιολόγηση ενός συμπεράσματος περιέχει σύνθετες ιδέες. Έτσι, είναι πιθανό να χρειαστούν πολλές προκείμενες για να εκφράσουν όλες αυτές τις ιδέες, ώστε να υποστηριχθεί το συμπέ­ρασμα. Συνήθως οι προκείμενες δεν είναι ανεξάρτητες προτάσεις, αλλά αιτι-ολογούν το συμπέρασμα διαμέσου της σύνδεσης μεταξύ τους και της κοινής τους δράσης. Οι προκείμενες αυτές, που σε συνδυ­ασμό μεταξύ τους υποστηρίζουν το συμπέ-ρασμα, λέγονται συνδεδεμέ­νες προκείμενες.**

**Ας δούμε ένα παράδειγμα:**

**Α. Πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας. (Σ)**

**Β. Το φυσικό περιβάλλον της Ελ­λάδας είναι πολύ ω-ραίο. (Π).**

**Γ. Ένα ωραίο φυσικό περιβάλλον είναι πηγή έλξης τουρισμού (Π)**

**Δ. Ο τουρισμός είναι βασικός πα­ράγοντας της ελλη-νικής οικονομίας. (Π)**

**Ε. Κάτι που βοηθάει την οικονομία πρέπει να προστα-τευθεί (Π)**

**Σε αυτό το παράδειγμα βλέπουμε ότι καμιά από τις προκείμενες Β,Γ, Δ,Ε δεν υποστηρίζει από μόνη της το συμπέρασμα Α. Έτσι, η πρό­ταση ότι ο τουρισμός είναι σημαντικός παράγοντας της ελλη­νικής οικονομίας, με κανένα τρόπο δεν υποστηρίζει το συμπέρασμα. Αυτό γίνεται διαμέσου του συνδυ­ασμού των τεσσάρων προ-κείμε­νων. Βλέπουμε ότι το συμπέρασμα συνδέει δύο βασικές έννοιες, της «προστασίας» και του "φυσικού περιβάλλοντος". Η προκείμενη B λέει ότι το "φυσικό περιβάλλον" της χώρας μας είναι "ωραίο". Η πρό­ταση Γ συνδέει το "ωραίο φυσικό περιβάλλον" με τον "τουρισμό". Η προκείμενη Δ έννοια "τουρισμός" με την "οικονομία", και η Ε την "οικονο­μία" με την ανάγκη "προστασίας". Βλέ­πουμε λοιπόν ότι η σύνδεση δύο εννοιών σε μια πρό­ταση, επεκτείνεται σε μια τρίτη έννοια με μια άλλη πρόταση και ούτω καθεξής, μέχρι να συνδεθούν οι έννοιες που υπάρ­χουν στο συμπέρασμα. Το επιχεί­ρημα αυτό μας δίνει τον οικονο-μικό λόγο για τον οποίο πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περι­βάλλον. Φυσικά υπάρχουν και άλ­λοι λόγοι για την προστασία του περιβάλλοντος, οι οποίοι θα μπο­ρούσαν να διατυπωθούν σε ανά­λογα επιχειρήματα.**

**64 / 151**

**Άσκηση 1**

**Γράψτε επιχειρήματα που να χρη­σιμοποιούν συνδεδε-μένες προκεί­μενες και να υποστηρίζουν τα πα­ρακάτω συμπεράσματα.   
Α. Η δωρεάν παιδεία ευνοεί την ανάπτυξη της οικονο-μίας.   
Β. Όποιος θέλει την ειρήνη πρέπει να προετοιμάζεται για τον πόλεμο.   
Γ. Η καταπολέμηση της ανεργίας βοηθάει στη μείωση της εγκληματι­κότητα**

**Ιστορία 7η Ο πιο μελετηρός μαθητής**

**Μόνο ένας από τους μαθητές Κώστα, Νίκο και Χάρη είναι μελετη­ρός. Ο Κώστας είπε τις εξής αληθείς προτάσεις:   
α) Αν δεν είμαι εγώ μελετηρός, δεν θα περάσω στα Μαθηματικά.   
β) Αν είμαι εγώ μελετηρός, θα πε­ράσω στην Πληροφο-ρική. Ο Νίκος είπε τις εξής αληθείς προτάσεις:   
γ) Αν δεν είμαι εγώ μελετηρός, δεν θα περάσω στην Πληροφορική.   
δ) Αν είμαι εγώ μελετηρός θα πε­ράσω στα Μαθηματικά. Τέλος, ο Χάρης είπε τις εξής αληθείς προτά­σεις:   
ε) Αν δεν είμαι εγώ μελετηρός, δεν θα περάσω στα Μαθηματικά.   
στ) Αν είμαι εγώ μελετηρός θα πε­ράσω στα Μαθηματικά.   
Με δεδομένα ότι   
1) ο μελετηρός είναι ο μόνος μαθη­τής που θα περάσει στο ένα μά­θημα και   
2) ο μελετηρός είναι επίσης ο μόνος μαθητής που δεν θα περάσει στο ένα μάθημα, Βρείτε ποιος από τους τρεις είναι μελετηρός.**

**65 / 151-152**

**3.2. Μη Συνδεδεμένες Προκείμενες**

**Οι προκείμενες σε ένα επιχείρημα δεν είναι πάντοτε συνδεδεμένες. Τίποτα δε μας εμποδίζει να χρησι­μοποι-ήσουμε ανεξάρτητες μεταξύ τους προκείμενες όπου κάθε μία προσφέρει ένα διαφορετικό λόγο για την υποστήριξη του συμπεράσματος. Ας δούμε το προ­ηγούμενο παρά-δειγμα:**

**Α. Πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας. (Σ)**

**Β. Η προστασία του περιβάλλοντος βελτιώνει την ποιό­τητα της ζωής. (Π)**

**Γ. Η προστασία του περιβάλλοντος βοηθά την οικονο­μία της χώρας. (Π)**

**66 / 152-153**

**Δ. Η προστασία του περιβάλλοντος διατηρεί την ποικι­λία των οικοσυστημάτων. (Π).**

**Bλέπουμε ότι οι τρεις προκείμενες υποστηρίζουν το συ-μπέρασμα ανε­ξάρτητα η μία από την άλλη δίνοντας κάθε μια ένα διαφορετικό λόγο. Είναι εύκολο να βρούμε μη συνδεδεμένες προκείμενες επειδή μπορούμε γρήγορα να σκεφτούμε διαφορετικούς λόγους για το συμπερασμό μας. Αλλά οι μη συν­δεδεμένες προκείμενες που προ­κύ-πτουν με αυτό τον τρόπο δεν υποστηρίζουν ισχυρά το συμπέ­ρασμα. Και τούτο, γιατί αυτό που νομίζουμε ότι είναι μια μη συνδεδε­μένη προκείμενη στην πραγματικό­τητα είναι δύο ή περισσότερες συν­δεδεμένες προκείμε-νες ορισμένες από τις οποίες σιωπηρά παραλεί­πονται. Έτσι, η προκείμενη Γ στο παράδειγμά μας, για να υπο-στηρί­ξει λογικά το συμπέρασμα, πρέπει να συνδυαστεί με την παρακάτω προκείμενη Ε η οποία έχει αποσι­ωπηθεί: «Η προστασία του περι­βάλλοντος ευνοεί τον τουρισμό».**

**Άσκηση 2**

**Να βρείτε με ποιες άλλες προτάσεις θα μπορούσαν να συνδυαστούν οι προκείμενες Β και Δ του παρα­πάνω παραδείγματος, ώστε να υποστηρίξουν καλύτερα το συμπέ­ρασμα Α.**

**3.3 Σχηματικός Τρόπος Παρουσίασης ενός Επιχειρήματος**

**Όταν γράφουμε ένα επιχείρημα, είναι καλό να ξεχω-ρίζουμε το συμπέρασμα από τις προκείμενες, και ακόμα κάθε προκείμενη να δια­τυπώνεται ξεχωριστά σε διαφο-ρετι­κές προτάσεις. Έτσι, μπορούμε να δούμε καλύτερα τη λογική σειρά με την οποία οι προκείμενες υποστη­ρί-ζουν το συμπέρασμα. Ακόμα και έτσι όμως, σε επιχειρή-ματα με πολλές προκείμενες είναι δύσκολο να διακρί-νουμε τον τρόπο με τον οποίο συνδυαζόμενες οι προκεί-με­νες υποστηρίζουν το συμπέρασμα. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί αν παραστήσουμε σχηματικά το επιχεί-ρημα. Με αυτό τον τρόπο εί­μαστε ικανοί να διατυπώνου-με σα­φέστερα και με τη σωστή λογική σειρά τις σκέψεις μας. Ας δούμε πάλι ένα παράδειγμα:**

**67 / 153-154**

**Α. Πρέπει να προστατεύσουμε το φυσικό περιβάλλον της Ελλάδας. (Σ).**

**Β. Η προστασία του περιβάλλοντος βελτιώνει την ποιό­τητα της ζωής. (Π)**

**Γ. Η προστασία του περιβάλλοντος βοηθά την οικονο­μία της χώρας. (Π)**

**Δ. Η προστασία του περιβάλλοντος ευνοεί τον τουρισμό (Π)**

**Ε. Η προστασία του περιβάλλοντος διατηρεί την ποικι­λία των οικοσυστημάτων. (Π)**

**Ζ. Όπου υπάρχει μεγαλύτερη ποι­κιλία έμβιας ζωής, εκεί έχουμε και σταθερότερα οικοσυστήματα. (Π)**

**Η. Η καταστροφή της ισορροπίας των οικοσυστημάτων της γης θα κάνει δυσκολότερη ή και αδύνατη τη ζωή των ανθρώπων πάνω στη γη. (Π)**

**Σε αυτό το επιχείρημα, το συμπέ­ρασμα υποστηρίζεται από έξι προ­κείμενες. Από αυτές, η προκείμενη β είναι μη συνδεδεμένη και οι άλλες πέντε συνδεδεμένες. Από αυτές οι Γ και Δ δίνουν από κοινού ένα λόγο για το συμπέρα-σμα και το ίδιο κά­νουν από κοινού οι Ε, Ζ και Η. Αυτό όμως δε φαίνεται αμέσως έτσι όπως είναι καταγραμμέ-νες οι προ­κείμενες. Αν όμως παρουσιάσουμε το επιχεί-ρημα σχηματικά, όπως παρακάτω, τότε καταλαβαίνουμε αμέσως τις σχέσεις ανάμεσα στις διάφορες προτάσεις:**

**68 / 154-155**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Β** | **Γ+Δ** | **Ε+Ζ+Η** |
|  |  |  |
|  | **Α** |  |

**Τώρα φαίνεται καθαρά ότι υπάρ­χουν τρεις λόγοι που δί-δονται για το συμπέρασμα Α και οι οποίοι εκ­φράζονται με έξι προκείμενες, κα­θώς και ποιες προκείμενες συνδυά­ζονται μεταξύ τους για να υποστη­ρίξουν το συμπέρασμα.**

**3.4. Σύνθετα Επιχειρήματα**

**Πολλές φορές σε ένα επιχείρημα μία (ή κάποιες) από τις προκείμενες δεν είναι βέβαιο ότι είναι αληθής και χρειά-ζεται ένα άλλο επιχείρημα που να την υποστηρίζει. Έτσι, η προ­κείμενη αυτή παρουσιάζεται ως ένα ενδιάμεσο συ-μπέρασμα ενός άλλου επιχειρήματος και το βασικό επι­χείρημα υποστηρίζεται από ένα ή πολλά υποεπιχειρή-ματα. Αυτό μπορεί να συνεχιστεί και να έχουμε μια ολό-κληρη σειρά από επιχειρή­ματα που το καθένα να υπο-στηρίζει προκείμενες του άλλου. Ας δούμε ένα παρά-δειγμα:**

**Η πλειοψηφία των μελλοντικών γονέων, κυρίως σε παραδοσιακές κοινωνίες, προτιμά να έχει αγόρια παρά κορίτσια. Έτσι, αν μπορούν οι γονείς να διαλέγουν το φύλο του παιδιού τους, τότε πιθανότατα θα ­υπάρξουν περισσότερα αγόρια από κορίτσια. Αυτή η πλειοψηφία των αρσενικών στο συνολικό πληθυσμό είναι λογικό να προκαλέσει σημαντικά κοινωνικά προβλήματα. Επομέ-νως, θα πρέπει να αποθαρ­ρύνουμε τη χρήση τεχνικών επιλο­γής φύλου.**

**Το κύριο συμπέρασμα [Σ] σε αυτό το επιχείρημα είναι το εξής: «Πρέ­πει να αποθαρρύνουμε τη χρήση τεχνικών επιλογής φύλου». Το συμπέρασμα αυτό υποστηρίζεται από δύο προκείμενες: «Αν μπο­ρούν οι γονείς να διαλέ-γουν το φύλο του παιδιού τους, τότε πιθα­νότατα θα υ-πάρξουν περισσότερα αγόρια από κορίτσια» [Α], και «η πλειοψηφία των αρσενικών στο συνολικό πληθυσμό είναι λογικό να προκαλέσει σημαντικά κοινωνικά προ-βλήματα» [Β].**

**69 / 155**

**Η πρώτη από τις δύο παραπάνω προκείμενες υπο-στηρίζεται από ένα επιχείρημα με την εξής μία προκεί-μενη: «Η πλειοψηφία των μελλοντικών γονέων, κυρίως στις παραδοσιακές κοινωνίες, προτιμά να έχει αγόρια παρά κορίτσια» [Γ].**

**Μπορούμε να παραστήσουμε σχηματικά το επιχείρημα ως εξής:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Γ** |  |  |
|  |  |  |
| **Α** | **+** | **Β** |
|  |  |  |
|  | **Σ** |  |

**Φυσικά είναι δυνατό να έχουμε πολύ πιο πολύπλοκες περιπτώ­σεις, όπως η παρακάτω:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Α+Β** |  | **Γ** |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **Δ** | **+** | **Ε** |  |  |  |  |  | **Η +Θ** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | **Ι** | **+** | **Κ** | **+** | **Λ** | **+** | **Μ** |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  | **Σ** |  |  |  |

**70 / 155-156**

**Άσκηση 3**

**Για κάθε ένα από τα παρακάτω επι­χειρήματα, να δια-κρίνετε το κυρίως συμπέρασμα και τις προκείμενες, καθώς και αν υπάρχουν ενδιάμεσα συμπεράσματα. Να παρουσιάσετε με σχηματικό τρόπο τα επιχειρή­ματα.**

**71 / 157**

**Α. Αυτοί που καπνίζουν σε δημόσι­ους χώρους επιβάλ-λουν στους άλ­λους να γίνονται παθητικοί καπνιστές. Έτσι, οι καπνιστές θέ­τουν σε κίνδυνο την υγεία των μη καπνιστών, γιατί έχει αποδειχθεί ότι ακόμα και το παθη-τικό κάπνισμα προκαλεί καρκίνο. Πρέπει λοιπόν να α-παγορευθεί το κάπνισμα σε δημόσιους χώρους.   
Β. Η δημοκρατικά εκλεγμένη κυβέρ­νηση ενός κράτους είναι αυτή που μπορεί καλύτερα να εξασφαλίσει τα συμ-φέροντα των πολιτών. Κάτι που είναι πολύ σημαντικό για το μέλλον μιας κοινωνίας πρέπει να ελέγχεται και να χρηματοδοτείται από την κυ­βέρνηση. Η παιδεία είναι κάτι το πολύ σημαντικό για το μέλλον της κοινωνίας. Πρέπει λοιπόν το εκ­παιδευτικό μας σύστημα να ελέγχε­ται και να χρηματοδοτείται από την κυβέρνηση.   
Γ. Τα τελευταία πέντε χρόνια υπάρ­χει σε εξέλιξη ένα εκτεταμένο πρόγραμμα σχολικού αθλητισμού που έχει αυξήσει κατά πολύ τον αριθμό των αθλητών. Έχουν βελτι­ωθεί πολύ οι αθλητικές εγκαταστά­σεις και τα κίνη-τρα για όσους κά­νουν πρωταθλητισμό, ώστε οι αθλητές μας να προετοιμάζονται καλύτερα και να έχουν μεγαλύ-τερες δυνατότητες για διεθνείς διακρίσεις. Άρα, οι έλληνες αθλητές είναι πι­θανό να κερδίσουν περισσότερα μετάλλια στους επόμενους ολυμπι­ακούς αγώνες.**

****

**4. Είδη Απλών Επιχειρημάτων**

**4.1. Επιχείρημα Διαμέσου Παραδειγμάτων**

**Έχουμε ήδη δει ότι πολλά επιχειρήματα χρησιμοποιούν ως προκείμενες γενικές προτάσεις που ισχύουν για μιαν ολόκληρη κατηγο­ρία πραγμάτων, όπως «όλοι οι άνθρω-ποι είναι θνη­τοί», «σε παλαιότερες εποχές τα παιδιά συ-νήθιζαν να κάνουν το επάγγελμα των πατεράδων τους» κτλ. Πώς όμως φτάνουμε να διατυ­πώνουμε μια γενική πρόταση; Για να υποστηρίξομε μια γενική πρό­ταση, χρησιμοποιούμε επιχειρή­ματα διαμέσου παραδειγμάτων που ονομάζονται και επαγωγικά. Η γενική μορφή ενός τέτοιου επι­χειρήματος είναι η εξής:**

**Ειδικές περιπτώσεις χ μιας γενι­κής κατηγορίας Χ δεί-χνουν μια κοινή ιδιότητα Α. Άρα, γενικεύοντας, προσ-δοκούμε ότι και οι άλλες περιπτώσεις της κατηγο­ρίας Χ θα έχουν την ιδιότητα Α.**

**Ας δούμε ένα παράδειγμα: Έχουμε πλήθος πληροφο-ριών που αφο­ρούν πολλές αρχαίες ελληνικές πό­λεις, και που όλες πιστοποιούν ότι οι γυναίκες δεν είχαν πολιτικά δι­καιώματα. Έτσι γενικεύουμε και λέμε ότι «στην αρχαία Ελλάδα οι γυναίκες δεν είχαν πολιτικά δικαι­ώματα».**

**72 / 157-158**

**Η γενίκευση είναι μια αρκετά επι­κίνδυνη υπόθεση. Ποτέ δεν μπορούμε να είμαστε απολύτως βέβαιοι ότι όλες οι περιπτώσεις εί­ναι έτσι, ακόμα και αν δε γνωρίζουμε κα-μιά περίπτωση στην οποία η γενική μας πρόταση να μην είναι αληθής. Σε σχέση με το προηγούμενο παράδειγμα, υπο­θέστε ότι μελλοντικές αρχαιολογι­κές ανακαλύψεις φέρνουν στο φως μια επιγραφή που πιστοποιεί ότι σε μια αρχαία ελληνική πόλη οι γυναί­κες είχαν πολιτικά δικαιώματα. Αμέσως, η αλήθεια της παραπάνω γενικής πρότασης καταρρίπτεται. Όταν λοιπόν διατυπώνουμε γενικές προτάσεις, το πρώτο πράγμα που πρέπει να προσέχουμε είναι να μην είναι δυνατόν να βρούμε** **αντιπαρα­δείγματα**, **δηλαδή περιπτώσεις για τις οποίες η πρότασή μας δεν ισχύει. Επιπλέον τα παραδείγματα που θα φέρουμε για να υποστηρί­ξουμε τη γενική πρόταση πρέπει να είναι όσο το δυνατόν  περισσότερα και αντιπροσωπευτικά**.

**Υποθέστε ότι πήγατε μια εκδρομή μερικών ημερών στη Γερμανία και στην επιστροφή σας δηλώσατε στους φί-λους σας ότι «το γερμανικό φαγητό είναι απαίσιο». Το συμπέ­ρασμα στο οποίο καταλήξατε από σχετικά λίγες εμπειρίες δεν είναι ισχυρό. Αν είχατε ζήσει στη Γερμα­νία για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα και, επομένως, είχατε πε­ρισσότερες εμπειρίες από το γερ­μανικό φαγητό, τότε το συμπέ­ρασμά σας θα ήταν ισχυρότερο και η αλήθεια του πιο πιθανή. Αλλά ακόμα και τότε έπρεπε οι εμπει-ρίες σας να είναι πιο αντιπροσωπευτι­κές. Γιατί μπορεί στην πόλη που εσείς μένατε το φαγητό να ήταν απαίσιο, αλλά άλλες περιοχές της Γερμανίας να είναι φημισμένες για το καλό φαγητό τους.**

**Σήμερα χρησιμοποιούμε πάρα πολύ τις στατιστικές, για να διατυ­πώσουμε κάποιες θέσεις. Σχεδόν καθημερινά μας πληροφορούν ότι η τάδε δημοσκόπηση έδειξε αυτό, η άλλη κάτι άλλο κτλ. Με τη στατιστική, αφού εξετάσουμε μια ολόκληρη σειρά περιπτώσεων, κα­ταλήγουμε σε μια γενική πρόταση. Δεν είναι όμως τα αποτελέσματα κάθε στατιστικής αξιόπιστα. Για να είναι τα αποτελέσματα μιας στατιστικής αξιόπιστα, πρέπει αυτή να γίνεται χωρίς προκατάληψη (σκεφθείτε τη στατιστική κάποιας καπνο-βιομηχανίας που θέλει να δείξει ότι το κάπνισμα δεν είναι βλαβερό στην υγεία) και με βάση τους κανόνες αυτής της επιστήμης. Ας φέρουμε ένα άλλο παράδειγμα: Υποθέστε ότι στην πολυκατοικία που μένετε όλοι σχεδόν οι ένοικοι είναι διατεθειμένοι να ψηφίσουν τον κ. Χ για δήμαρχο της πόλης σας. Από αυτό γενικεύετε και λέτε ότι «είναι βέβαιο ότι ο κ. Χ θα βγει δή­μαρχος». Το επιχείρημα αυτό είναι πολύ ασθενές για δύο λόγους. Πρώτα, γιατί ο αριθμός των ατόμων που γνωρίζετε ότι θα ψηφίσουν τον κ. Χ εί-ναι πολύ μικρός στο σύνολο του πληθυσμού, και ακόμη γιατί το δείγμα των ατόμων δεν είναι αντιπροσωπευτικό επειδή προέρ­χεται μόνο από μια πολυκατοικία. Μια πιο σωστή γενίκευση θα ήταν η εξής: «Σε δείγμα 500 ατόμων επί πληθυσμού 10.000 ψηφοφόρων του Δήμου Α, όπου το δείγμα αυτό ήταν αντιπροσωπευτικό του συνολικού πληθυσμού σε σχέση με το φύλο, την περιοχή κατοικίας το επάγ­γελμα και την ηλικία, βρέθηκε ότι το 70% προτί-θεται να ψηφίσει για δήμαρχο τον κ. Χ. Άρα, είναι σχεδόν βέβαιο ότι ο κ. Χ θα εκλεγεί δήμαρ­χος».**

**73 / 158-159**

**74 / 159**

**Οι γενικές προτάσεις, που κατά κανόνα προέρχονται από στατιστι­κές, πειράματα ή άλλα επιχειρή­ματα δια-μέσου παραδειγμάτων εί­ναι σημαντικό εργαλείο με την έν­νοια ότι μπορούν στη συνέχεια να χρησιμοποιηθούν ως προκείμενες σε επιχειρήματα.**

**Άσκηση 1**

**Να διαμορφώσετε επιχειρήματα δι­αμέσου παραδειγμά-των, για να υποστηρίξετε τα παρακάτω συμπε­ράσματα:   
(α) Η δουλεία ήταν ένας θεσμός κα­θολικά αποδεκτός στις αρχαίες κοι­νωνίες.   
(β) Ο υπουργός κ. Χ είναι ο δημοφι­λέστερος έλληνας πολιτικός,   
(γ) Οι Άγγλοι είναι λαός προσκολ­λημένος στις παρα-δόσεις του.**

**4.2. Επιχείρημα Διαμέσου Αναλογίας**

**Στα επιχειρήματα διαμέσου ανα­λογίας αυτό που κά-νουμε είναι να συμπεραίνουμε κάτι για μια ειδική περί-πτωση από μια άλλη ειδική περίπτωση που έχει ίδια χαρακτη­ριστικά με τη δική μας. Ας δούμε ένα παράδειγ-μα:**

**Η καλή λειτουργία των μηχανών οφείλεται στο ότι τα διάφορα εξαρ­τήματά τους συνεργάζονται από­λυτα μεταξύ τους.**

**Οι υπάλληλοι μιας εταιρείας είναι όπως τα εξαρτήματα μιας μηχανής.**

**Άρα, για να λειτουργεί σωστά η εταιρεία πρέπει οι υπάλληλοι της να συνεργάζονται όσο το δυνατόν κα-λύτερα μεταξύ τους.**

**Βλέπουμε λοιπόν ότι ένα τυπικό επιχείρημα διαμέσου αναλογίας έχει δύο προκείμενες. Η μία μας λέει τι γίνεται σε μια ειδική περίπτωση ενός πράγματος (για παράδειγ-μα, μηχανές). Η άλλη δηλώνει την ανα­λογία ανάμεσα σε αυτό το πράγμα και κάποιο άλλο (για παράδειγμα, υπάλ-ληλοι μιας εταιρείας). Φυσικά η πιο προβληματική πρό-ταση είναι αυτή**  **που δηλώνει την αναλογία και κανονικά πρέπει να συνοδεύεται από ένα επιχείρημα που να την υποστηρίζει. Επιπλέον, η αναλογία πρέπει να αφορά στη συγκεκριμένη άποψη από την οποία βλέπουμε το συγκε-κριμένο πράγμα. Για παρά­δειγμα:**

**75 / 159-160**

**Έστω ότι για να ανάψουμε φωτιά στο τζάκι χρησιμο-ποιούμε υγρή παραφίνη. Ας υποθέσουμε ότι κά­ποια μέρα μας τέλειωσε η υγρή πα­ραφίνη και κάνουμε τον παρακά-τω συλλογισμό:**

**Η υγρή παραφίνη με βοηθά να ανάψω το τζάκι.**

**Το οινόπνευμα είναι παρόμοιο με την υγρή παραφίνη (γιατί είναι και τα δύο εύφλεκτα).**

**Μπορώ να χρησιμοποιήσω οι­νόπνευμα για να ανάψω το τζάκι.**

**Η αναλογία εδώ είναι ισχυρή, γιατί πράγματι τα δύο πράγματα (υγρή παραφίνη και οινόπνευμα) είναι παρό-μοια ως προς το συγκεκρι­μένο σκοπό για τον οποίο τα θέλουμε. Ας δούμε μια παραλλαγή του παραπάνω παρα-δείγματος:**

**Το (καθαρό) οινόπνευμα με βοηθά να ανάψω το τζάκι.**

**Το νερό είναι παρόμοιο με το οι­νόπνευμα (γιατί είναι και τα δύο δι­αφανή υγρά).**

**Άρα, μπορώ να χρησιμοποιήσω νερό για να ανάψω το τζάκι.**

**Το επιχείρημα αυτό δεν είναι ορθό, γιατί η ομοιότητα ανάμεσα στα δύο πράγματα αφορά σε χαρακτηριστικά τα οποία δεν είναι ουσιώδη για το σκοπό μας.**

**Άσκηση 2**

**Χρησιμοποιήστε τις παρακάτω αναλογίες, για να διατυ-πώσετε αναλογικά επιχειρήματα:  
(α) Έμβιος οργανισμός - κοινωνία   
(β) Κυβερνήτης πλοίου – πρωθυπουργός   
(γ) Τυφλός - αμόρφωτος   
(δ) Διαστημόπλοιο - πλανήτης γη**

**76 / 160-161**

**4.3. Επιχείρημα που χρησιμοποιεί Αιτία και Αποτέλεσμα**

**Η επιχειρηματολογία διαμέσου αι­τιών είναι κάτι πολύ συνηθισμένο στην καθημερινή μας ζωή. Αν κά­ποιος σας ρωτήσει «γιατί πήγατε στον κινηματογράφο να δείτε αυτό το έργο;», πρέπει η απάντησή σας να εξηγήσει τους λό-γους ή τις αιτίες που σας οδήγησαν να κάνετε τη συγκε-κριμένη πράξη.**

**Έτσι, θα μπορούσατε να απαντή­σετε «γιατί διάβασα μια καλή κρι­τική γι' αυτό το έργο» ή «γιατί μου το σύστησε ένας φίλος μου» κτλ. Άρα, βλέπουμε ότι υπάρχει σχέση αιτίας και αποτελέσματος ανάμεσα στις δύο προτάσεις.**

**Η προκείμενη μας δίνει την αιτία και το συμπέρασμα το αποτέλεσμα. Οι αιτίες εξηγούν γιατί ένα γεγονός συνέβη-κε (ή συμβαίνει).**

**Οι αιτίες που εξηγούν φυσικά γε­γονότα λέγονται φυσι-κές αιτίες και οι αιτίες που εξηγούν ανθρώπινες πράξεις (γεγονότα τα οποία οφεί­λονται στην ανθρώπινη δραστη-ριό­τητα και εξαρτώνται από την αν­θρώπινη βούληση) λέ-γονται τελικές αιτίες. Για παράδειγμα, όταν λέμε ότι «εί-χαμε έκλειψη ηλίου, επειδή η σελήνη βρέθηκε ανάμεσα στη γη και στον ήλιο», προκείμενη («η σε­λήνη βρέθη-κε...») είναι η φυσική αι­τία για το συμπέρασμα («είχαμε έκλειψη ηλίου»). Από την άλλη, όταν λέμε ότι «ο Σωκρά-της θανατώ­θηκε επειδή αρνήθηκε να δραπετεύσει από τη φυλακή», η αι­τία είναι τελική γιατί σχετίζεται με τη βούλη-ση του Σωκράτη.**

**Επιχειρήματα με αιτίες είναι πολύ συνηθισμένα στις κοι-νωνικές και φυσικές επιστήμες. Αρκετά συχνά γνωρίζου-με το αποτέλεσμα και ψάχνουμε να βρούμε ποιες αιτίες προκάλεσαν το γεγονός αυτό. Έτσι, δίνουμε μιαν εξήγη-ση ή αιτιολό­γηση γι' αυτό το γεγονός.**

**77 / 161-162**

**78 / 162**

**Όταν λέμε ότι το Α είναι αιτία του β, εννοούμε όχι μόνο ότι το Α και το β σχετίζονται κατά κάποιο τρόπο μεταξύ τους, αλλά ότι το Α είναι αυτό που**  **προκαλεί το B**. **Υπάρχουν γεγονότα που σχετίζονται μεταξύ τους ή που όταν εμφανίζεται το ένα τότε εμφανίζεται και το άλλο, χωρίς το ένα να είναι αιτία του άλλου. Ας δούμε ένα πα-ράδειγμα: «Ο κύριος Χ κάθε πρωί που πάει στο γραφείο του παραγγέλλει καφέ». Εδώ έχουμε δύο γεγονότα που σχετίζονται μεταξύ τους και που όταν συμβαίνει το ένα συμβαίνει και το άλλο. Είναι όμως λάθος να πούμε ότι η αιτία που ο κύριος Χ πηγαίνει στο γραφείο του είναι για να πιει καφέ. Η συσχέτιση ανάμεσα στα δύο γεγονότα εί-ναι συμπτωμα­τική. Έτσι, ένα επιχείρημα είναι πιο ισχυ-ρό, όταν μαζί με τις αιτίες μας εξηγεί και με ποιο τρόπο η αιτία προκαλεί το αποτέλεσμα. Στο επι­χείρημα «οι τροφές με πολλά λι­παρά είναι υπεύθυνες για μεγάλο α-ριθμό καρδιακών παθήσεων» η σύνδεση αιτίας – αποτε-λέσματος δεν είναι φανερή και εύλογα μπορεί να αμφι-σβητηθεί. Για να είναι ισχυρό, πρέπει να εξηγήσουμε πώς η αιτία προκαλεί το αποτέλεσμα και να το διατυπώ-σουμε ως εξής: «Οι τροφές με πολλά λιπαρά περιέχουν χοληστερίνη ή οποία έχει την τάση να παράγει θρόμβους στο αίμα. Γι' αυτό και είναι υπεύθυνες για με­γάλο αριθμό καρδιακών παθή­σεων».**

**Τα περισσότερα γεγονότα έχουν  πολλές αιτίες**  **και όχι μόνο μία. Το να βρούμε λοιπόν μόνο μία από όλες τις πιθανές αιτίες δεν εί­ναι αρκετό. Ακόμα μερικές αιτίες εί­ναι**  **πιο σημαντικές**  **από άλλες. Πρέπει λοιπόν να είμαστε πολύ προσεκτικοί, να εξετάζουμε ένα γε­γονός από όλες τις πιθανές από­ψεις και να προσπαθούμε να εκτι­μήσουμε τι είναι σημαντικό και τι όχι γι' αυτό που θέλουμε να δεί-ξουμε ή να εξηγήσουμε. Για πα­ράδειγμα, αν θέλουμε να εξηγήσουμε γιατί πολλοί νέοι σή­μερα οδηγούνται στα ναρκωτικά, πρέπει να είμαστε έτοιμοι να ψάξουμε για πολλές αιτίες,** **εξετάζοντας το θέμα μας από πολ­λές από-ψεις. Έτσι, πρέπει να εξε­τάσουμε το θέμα μας από άπο-ψη ψυχολογική, κοινωνική, από την πλευρά της οικο-γένειας, του σχο­λείου, της μελλοντικής δυνατότητας για εργασία, των διάφορων προτύ­πων και αξιών κτλ. Ανάλο-γα με την άποψη από την οποία εξετάζουμε το θέμα μας βρίσκουμε και διάφο­ρες αιτίες, που άλλες είναι περισ­σό-τερο σημαντικές και άλλες όχι. Ένας κανόνας για να βρί-σκουμε τις αιτίες γεγονότων είναι να ψάχνουμε για ομοι-ότητες ανάμεσα σε μια σειρά όμοιων περιπτώσεων.**

**Άσκηση 3**

**Να διατυπώσετε τις αιτίες των πα­ρακάτω αποτελεσμά-των, εξηγώντας συγχρόνως και το πώς η αιτία συνδέεται με το αποτέλεσμα. Να έχετε υπόψη ότι συχνά είναι δυ­νατό να υπάρχουν πολλές αιτίες.**

**(α) Το νερό βράζει στην κατσα­ρόλα.   
(β) Το ποσοστό θανάτων από τρο­χαία ατυχήματα είναι πολύ υψηλό στην Ελλάδα.   
(γ) Τα αγγλικά έχουν γίνει πλέον η διεθνής γλώσσα.**

**4.4. Παραγωγικά Επιχειρήματα**

**Τα επιχειρήματα που εξετάσαμε έως τώρα έχουν ένα σχετικά αβέ­βαιο και πιθανό κρατικό χαρακτήρα. Σπάνια είμαστε βέβαιοι ότι οι αναλογίες που χρησιμοποιούμε είναι απόλυτα ακριβείς, ή ότι βρήκαμε όλες τις αι­τίες ή ακόμα ότι τα παραδείγματά μας είναι αντιπροσωπευτικά και ότι δεν υπάρχουν αλλά παραδείγματα που έρχονται σε αντίθεση με το επιχείρημά μας. Στα παραγωγικά όμως επιχειρήματα, με τα οποία ασχοληθήκαμε στα προηγού-μενα κεφάλαια, όταν αυτά έχουν σχημα­τιστεί σωστά και οι προκείμενες εί­ναι αληθείς, τότε είναι βέβαιο ότι και το συμπέρασμα είναι αληθές. Έχουμε ήδη δει σε προηγού-μενο κεφάλαιο το παρακάτω επιχείρημα (συλλογισμό):**

**79 / 162-163**

**Όλοι οι άνθρωποι είναι θνητοί**

**Ο Σωκράτης είναι άνθρωπος  
 Ο Σωκράτης είναι θνητός**

**Αν στο επιχείρημα αυτό οι προ­κείμενες είναι πράγματι αληθείς, τότε είναι απόλυτα βέβαιο ότι και το συμπέρα-σμα είναι αληθές. Και τούτο γιατί οι έννοιες "θνητός", "άνθρωπος" και "Σωκράτης" βρίσκονται σε τέτοια σχέση (κάθε μία υπάγεται στην προηγούμενή της) μεταξύ τους, ώστε να διασφα­λίζεται ότι το συμπέρασμα πράγματι εξάγεται σωστά από τις προκείμενες. Έτσι, μπορούμε να πούμε ότι η**  **μορφή**  **ή το σχήμα**  **του παραγωγικού επιχει-ρήματος μας εγγυάται τη σωστή εξαγωγή του συμπερά-σματος. Ένα παραγωγικό επιχείρημα που έχει σωστή μορφή -ή είναι ορθά σχηματισμένο- λέγεται έγκυρο. Αν τώρα σε αυτό το επιχεί­ρημα τυχαίνει και οι προκείμενές του να είναι αληθείς, τότε είναι αλη­θές και το συμπέρα-σμά του.**

**Μπορούμε λοιπόν να διακρίνουμε σχήματα ή μορφές έ-γκυρων παρα­γωγικών επιχειρημάτων. Το σχήμα του παραπάνω επιχειρήματος είναι το εξής:**

**Όλα τα Χ είναι Υ**

**Το Ζ είναι Υ**

**Άρα το Ζ είναι Χ**

**80 / 163-164**

**Στο δεύτερο κεφάλαιο είδαμε τα σημαντικότερα σχή-ματα έγκυρων παραγωγικών επιχειρημάτων (Modus Ponens, Modus Tollens, υποθετικός συλλογισμός, δια-ζευκτικός συλλογισμός, απα­γωγή σε άτοπο κτλ.) Ας δούμε τους τύπους και από ένα παράδειγμα από τα πιο συνηθισμένα παραγω­γικά επιχειρήματα, τον Modus Ponens και τον Modus Tollens:**

**• Modus Ponens Αν ρ, τότε σ**

**(νόμος αποσπάσεως)  (Ισχύει) ρ   
 Άρα (ισχύει) σ**

 **Παράδειγμα:**

**Αν οι αθλητές μας προετοιμαστούν πολύ καλά για τους ολυμπιακούς αγώνες, τότε είναι πιθανό ότι θα κερδίσουν μετάλλια.**

**Οι αθλητές μας έχουν προετοιμαστεί πολύ καλά για τους ολυμπιακούς αγώνες.**

**Είναι πιθανό να κερδίσουν μετάλ­λια.**

**• Modus Tollens** **Αν ρ, τότε σ**

**(συλλογισμός (Ισχύει) όχι σ**

**αρνητικής μορφής)**

**Άρα (ισχύει) όχι ρ**

**Παράδειγμα**

**81 / 164-165**

**Αν κάποιος αθλείται, είναι υγιής.**

**Ο Πέτρος δεν είναι υγιής.**

**Ο Πέτρος δεν αθλείται.**

**Στα παραγωγικά επιχειρήματα (συλλογισμοί, modus ponens, modus tollens, κτλ.) πρέπει να εί­μαστε προσε-κτικοί και να ακολου­θούμε ακριβώς τον τύπο του έγκυ­ρου επιχειρήματος. Για παράδειγμα:**

|  |  |
| --- | --- |
| **OXI Αν κάποιος αθλείται, είναι υγιής,**  **Ο Πέτρος είναι υγιής.**  **Ο Πέτρος αθλεί­ται**  **ΟΧΙ  Ο καλός μαθητής είναι εργατικός**  **Ο Νίκος δεν είναι καλός μαθητής**    **Ο Νίκος δεν είναι εργατικός** | **NAI**  **Αν κάποιος αθλείται, είναι υγιής.**  **Ο Πέτρος αθλεί­ται.**  **Ο Πέτρος είναι υγιής.**  **ΝΑΙ  Ο καλός μαθητής είναι εργατικός**  **Ο Νίκος δεν είναι εργατικός**  **Ο Νίκος δεν είναι καλός μαθητής** |

**82 / 165**

**Κατά κανόνα, σε αυ­τούς τους τύ­πους των επιχει­ρημά-των χρη­σι­μοποιούμε μια γε­νική πρόταση που μας λέει ότι ένα σύ­νολο πε­ριπτώσεων χα­ρακτηρίζεται από την ιδιότητα Χ. Επομένως, αν μια ατομική περίπτωση ανήκει σε αυτό το σύ­νολο, τότε έχει την ιδιότητα Χ. Ο παραγω-γικός τρόπος συλλογισμού είναι πολύ συνηθισμένος στις επιστήμες. Στην ιατρική, για παρά­δειγμα, ο γιατρός γνωρίζει ότι τα συμπτώματα της γρίπης είναι τα φ, χ, ψ, κτλ. Αν κάποιος ασθενής έχει αυτά τα συμπτώματα τότε ο γιατρός αποφαίνεται ότι έχει γρίπη και δίνει την κατάλληλη θεραπεία.**

**Τα παραγωγικά επιχειρήματα είναι πολύ σημαντικά, γιατί, αν είναι έγκυρα (αν ακολουθήσουμε σωστά τους γνωστούς τύπους), γνωρί-ζουμε ότι η αλήθεια ή βεβαιό­τητα του συμπερά-σματος εξαρτάται μόνο από την αλήθεια ή τη βεβαιό­τητα των προκείμενων και όχι αν ξεχάσαμε κάποια προκείμε-νη ή αν βρήκαμε όλες τις περιπτώσεις κτλ. Βέβαια στην κοινή γλώσσα και την καθημερινή ζωή σπάνια είμαστε βέβαιοι για την αλήθεια των προκείμενων των επιχειρημάτων μας. Η αβεβαιότητα αυτή μεταφέρεται και στο συμπέρασμα. Παρ' όλα αυτά, όμως, όταν μπορούμε να βρούμε αξιόπιστες προκείμε-νες, τότε τα παραγωγικά επιχειρήματα είναι πολύ χρήσιμα. Ακόμα και όταν δεν έχουμε βέβαιες προκείμε-νες, η χρήση παραγωγικών επιχειρημά­των -σε σύνθετα κυρίως επιχειρή­ματα- είναι σημαντική, γιατί, αν κά­ποιο συμπέρασμα δεν φαίνεται σωστό, πρέπει να αναζητή-σουμε το λάθος σε κάποια από τις αρχικές μόνο προκείμενες και όχι στον τύπο του επιχειρήματος ή σε όσες προέκυψαν ως συμπεράσματα προηγούμενων επιχειρημάτων. Επιπλέον, οι παραγωγικοί τύποι μας δίνουν έναν πολύ καλό τρόπο οργάνωσης της σκέψης μας σε ένα διάλογο με άλλους ή σε ένα κείμενο που γράφουμε.**

**83 / 165-166**

**Άσκηση 4**

**Ποια από τα παρακάτω επιχειρή­ματα είναι έγκυρα και ποια όχι; Δια­τυπώστε τα μη έγκυρα επιχειρή­ματα με τέτοιο τρόπο, ώστε να γί­νουν έγκυρα.   
(α) Αν κάποιος καπνίζει, κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα. Ο Γιάννης δεν καπνίζει. Άρα, δεν κιν­δυνεύει από καρκίνο του πνεύ­μονα.   
(β) Όταν βρέχει, παίρνω την ομπρέλα μου. Πήρα μαζί μου την ομπρέλα μου. Άρα βρέχει.   
(γ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύν­νεφα. Δεν υπάρχουν σύν-νεφα. Δεν βρέχει.   
(δ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύν­νεφα. Υπάρχουν σύννεφα. Βρέχει.   
(ε) Οι επιστήμονες χαίρουν εκτίμη­σης στην κοινωνία. Ο Κώστας χαί­ρει εκτίμησης στην κοινωνία. Ο Κώστας είναι επιστήμονας.   
ζ) Όλοι οι αθλητές της ομάδας Χ προπονούνται καθημερινά. Μερικοί μαθητές του σχολείου μας ανήκουν στην ομάδα Χ. Άρα, μερικοί μαθητές του σχολείου μας προπονούνται καθημερινά.   
(η) Μερικοί Έλληνες είναι αναλφά­βητοι. Οι Πειραιώτες είναι Έλληνες. Άρα, μερικοί Πειραιώτες είναι αναλφά-βητοι.   
(θ) Κανείς Ιταλός δεν είναι Έλληνας. Μερικοί Λονδρέζοι είναι Έλληνες. Άρα, μερικοί Λονδρέζοι είναι Ιταλοί.**

**84 / 166**

**5. Μερικοί Τρόποι Ελέγχου των Προκείμενων**

**Υπάρχουν δύο τρόποι για να ανασκευάσουμε ένα επιχείρημα. Ο πρώτος είναι να δούμε αν το επι­χείρημα είναι σωστά δομημένο και αν πράγματι το συμπέρασμα εξάγε­ται από τις προκείμενες. Για τα είδη και τους τύπους των επιχειρημά­των μιλήσαμε στα προηγούμενα. Ο δεύ-τερος τρόπος είναι να ελέγξουμε κατά πόσον οι προκεί-μενες μπο­ρούν να θεωρηθούν αληθείς ή όχι. Σε αυτή την ενότητα θα δούμε μερι­κούς τρόπους, για να ελέγχουμε την αξιοπιστία των προκείμενων. Όπως ήδη είπαμε στην τρίτη ενό­τητα, πολλές φορές έχουμε σύνθετα επιχειρή-ματα όπου μια προκείμενη μπορεί να είναι συμπέρασμα ενός άλλου προηγούμενου επιχειρήμα­τος. Πάντοτε όμως φθάνουμε σε ένα σημείο όπου κάποιες αρχικές προ­κεί-μενες τις λαμβάνουμε και τις δε­χόμαστε χωρίς να υπο-στηρίζονται από κάποιο επιχείρημα. Οι δύο πιο συνη-θισμένες κατηγορίες τέτοιων προτάσεων είναι οι εξής:   
(α) Προτάσεις από την εμπειρία μας, και   
(β) Προτάσεις που βασίζονται σε μια αυθεντία.   
Ακόμα όμως και αυτές τις προτά­σεις δεν τις δεχόμαστε άκριτα, αλλά πάντα προσπαθούμε, με άλλους τρόπους, να βεβαιωθούμε όσο είναι δυνατό για την αξιοπιστία τους.**

**5.1. Προτάσεις από την Εμπειρία**

**Αν κάποιος μας ρωτήσει «δες αν βράζει το νερό στο μάτι της κουζί­νας» και εμείς απαντήσουμε «ναι! βράζει», τότε δεν είναι δυνατό στην απάντηση μας αυτή κάποιος να μας ρωτήσει «γιατί:». Η ερώτηση «γιατί;» δεν έχει νόη-μα, εκτός και αν μιλάμε στα πλαίσια της θεωρητι­κής φυσικής και ερευνάμε τις αιτίες του βρασμού. Η μόνη απάντηση σε μια τέτοια ερώτηση είναι «γιατί το είδα».**

**85 / 166-167**

**Άρα, για τέτοιου είδους προτάσεις, οι οποίες διατυ-πώνουν πράγματα που αντιληφθήκαμε με τις αισθή­σεις μας, δεν μπορούμε να έχουμε επιχειρήματα. Αυτό όμως δε σημαί­νει ότι αυτές τις προτάσεις πρέπει να τις θεω-ρούμε πάντοτε αληθείς. Κάποιος μπορεί να είναι συστη-μα­τικός ψεύτης. Ακόμη, πολλές φορές είναι δυνατόν οι αισθήσεις μας να μας παραπλανήσουν για διάφο­ρους λό-γους (είδαμε κάτι από μακριά, χωρίς καλό φωτισμό κτλ.)**

**Έτσι, για το ίδιο γεγονός είναι δυ­νατό να έχουμε από διαφορετικούς ανθρώπους διαφορετικές περιγρα­φές. Δεν έχουμε παρά να δούμε με ποιο τρόπο διάφορες εφημερί-δες παρουσιάζουν το ίδιο γεγονός (για παράδειγμα, μια ενέργεια του πρω­θυπουργού) τελείως διαφορετικά. Ή ακόμα στα δικαστήρια όπου διαφο­ρετικοί μάρτυρες δί-νουν τελείως αντίθετες απόψεις για το ίδιο γεγο­νός. Όπως ο δικαστής, έτσι και εμείς πρέπει να αξιολογούμε πόσο πιθανό είναι μια τέτοια πρόταση να είναι αληθινή. Άλλοι άνθρωποι είναι πιο αξιόπιστοι από άλλους, άλλοι πιο παρατηρητικοί, άλλοι έχουν κί­νητρο να πούνε ψέμα κτλ.**

**Πρέπει λοιπόν, κάθε φορά που συναντούμε τέτοιες προτάσεις να εκτιμούμε τις πιθανότητες που έχουν να είναι αληθείς. Ή, αν έχουμε αντικρουόμενες μαρτυρίες για το ίδιο γεγονός, να αξιολογούμε ποια μαρτυρία είναι η πιο πιθανή. Για παράδειγμα, αν δέκα μάρτυρες είδαν το ληστή μιας τράπεζας και οι επτά λένε ότι ήταν ξανθός ενώ οι τρεις μελαχρινός, τότε μάλλον θα πρέπει να πι-στέψουμε τη γνώμη των πολλών. Αν όμως, ανάμεσα στους τρεις μάρτυρες είναι και ο φύλακας της τράπεζας που η δου­λειά του είναι να παρατηρεί τους πελάτες της τράπεζας, τότε ίσως θα πρέπει να θεωρήσουμε ως πιο πι­θανή τη δική του μαρτυρία.**

**86 / 167-168**

**Άσκηση 1**

**Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις θα θεωρούσατε ότι είναι γενικά αποδεκτές και δε χρειάζονται επι­χείρημα να τις υποστηρίξει και γιατί;   
(α) Η Ελλάδα είναι μια δημοκρατική χώρα.   
(β) Η τηλεόραση ήρθε στην Ελλάδα στη δεκαετία του εξήντα.   
(γ) Πρέπει να αυξήσουμε την παρα­γωγικότητα της οικο-νομίας μας.   
(δ) Η πλειοψηφία των Ελλήνων εί­ναι ορθόδοξοι χριστια-νοί,   
(ε) Ένα σπασμένο πόδι χρειάζεται άμεση ιατρική φροντί-δα.**

**5.2. Προτάσεις που Στηρίζονται στην Αυθεντία.**

**Πολλές φορές δεχόμαστε χωρίς συζήτηση την αλήθεια αυτών που κάποιοι ειδικοί λένε. Αν, για παρά­δειγμα, η στατιστική υπηρεσία της Ελλάδας ανακοινώσει ότι ο πλη­θυσμός της χώρας μας είναι έντεκα εκατομμύρια, δεν έχουμε κανένα λόγο να το αμφισβητήσουμε. Στα βιβλία του σχολείου περιέχονται πλήθος πληροφορίες για γεγο-νότα που συνέβησαν στο παρελθόν, για πειράματα, στα-τιστικές κτλ. Όλα αυτά τα δεχόμαστε ως αληθινά στηρι-ζόμενοι στην αυθεντία των συγγραφέων των βιβλίων μας και στις πηγές τους. Είναι όμως όλα αυτά πραγματικά σωστά; Αν δούμε, για παράδειγμα, το τι λέμε εμείς και τι οι Τούρκοι στα σχολικά βιβλία για την ελληνική επανά-σταση, θα δια­πιστώσουμε ότι είναι τελείως δια­φορετικά. Αυτό οφείλεται σε δύο λόγους. Πρώτο, στο ότι οι συγγρα­φείς των βιβλίων παρουσιάζουν μιαν εικόνα όσο γίνεται πιο ευνοϊκή για τη χώρα τους. Δεύτερο, γιατί οι έλληνες συγγραφείς στηρίζονται κατά κανόνα σε ελληνικές πηγές και μαρτυρίες (απομνημονεύματα αγω­νιστών κτλ), ενώ οι τούρκοι σε αντίστοιχες τουρκικές και οι πηγές αυτές είναι συχνά μεροληπτικές.**

**87 / 168-169**

**Ιστορία 8η Σέρλοκ Χολμς**

**Ο Σέρλοκ Χολμς ρώτησε το βοηθό του τι μπορούσε να συμπεράνει από τα ακόλουθα γεγονότα, σε σχέση με μια ληστεία για την οποία υπάρχουν τρεις ύποπτοι οι Α,Β,Γ:   
(α) αν ο Α είναι ένοχος και ο Β αθώος, τότε ο Γ είναι ένοχος   
(β) ο Γ δε δουλεύει ποτέ μόνος.   
(γ) ο Α ποτέ δε συνεργάζεται με το Γ   
(δ) τουλάχιστον ένας από τους Α, Β, Γ είναι ένοχος και δεν ανακατεύτηκε στη ληστεία κανένας άλλος εκτός από τους Α, Β και Γ.   
Ο βοηθός του έξυσε το κεφάλι του και είπε: Όχι πολλά κύριε. Εσείς μπορείτε να συμπεράνετε ποιοι εί­ναι ένοχοι και ποιοι αθώοι; Όχι, είπε ο Σέρλοκ Χολμς, αλλά έχω αρκετές πληροφορίες για να κατα­δικάσω έναν από αυτούς.   
Ποιος είναι κατ' ανάγκην ένοχος;**

**88 / 169**

**Στην ιστορία ειδικά είναι τεράστιας σημασίας η σωστή αξιολόγηση των πηγών μας. Μια μαρτυρία του τέ­ταρτου π.Χ. αιώνα για το Σωκράτη είναι πιο σημαντική από μια άλλη του πρώτου μ.Χ, αιώνα. Ομοίως, σχετικά με τη διδα-σκαλία του, οι μαρτυρίες του Πλάτωνα θεωρούνται πιο αξιόπιστες από αυτές του Ξε­νοφώντα, παρ' όλο που και οι δύο ήταν μαθητές του. Τούτο, γιατί ο Πλάτων ήταν και ο ίδιος μεγάλος φιλόσοφος και, άρα, είχε κατανοή­σει κα-λύτερα τη διδασκαλία του Σωκράτη. Πέρα όμως από το πόσο αξιόπιστη είναι μια πηγή ή μαρτυ­ρία, είναι πολύ σημαντικό να μπο­ρούμε να διασταυρώσουμε τις πη­γές μας. Δηλαδή να δούμε αν και άλλες μαρτυρίες συμφω-νούν. Όσο περισσότερες και πιο έγκυρες μαρ­τυρίες έχου-με για ένα γεγονός, τόσο αυξάνεται η αξιοπιστία του ότι πράγματι είναι έτσι.**

**Σημαντική παρατήρηση**

**Κάθε φορά που αναφερόμαστε σε κάποια αυθεντία, πρέπει να παρα­πέμπουμε στην αντίστοιχη πηγή. Για πα-ράδειγμα, σύμφωνα με τον Παπαρηγόπουλο, οι αιτίες των Περσικών πολέμων ήταν οι Α,Β, Γ. (βλέπε, Ιστορία του Ελληνικού Έθνους, Αθήνα 1874, τόμος III, σελ. 34-40).**

**Άσκηση 2**

**Για κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις να βρείτε από μια κα­τάλληλη αυθεντία (πηγή) στην οποία θα ανα-φερθείτε για να την υποστηρίξετε.   
(α) Η Ελλάδα έχει δημοκρατικό πο­λίτευμα.   
(β) Η τηλεόραση ήρθε στην Ελλάδα στη δεκαετία του εξή-ντα.   
(γ) Πρέπει να αυξήσουμε την παρα­γωγικότητα της οικο-νομίας μας.   
(δ) Η πλειοψηφία των ελλήνων εί­ναι ορθόδοξοι χριστια-νοί.   
(ε) Ένα σπασμένο πόδι χρειάζεται άμεση ιατρική φροντί-δα.**

**89 / 169-170**

**6. Μερικοί Κανόνες για τη Σωστή Γραφή Επιχειρημάτων**

**Έχουμε ήδη πει πολλά για τα επι­χειρήματα και τι πρέ-πει να προσέ­χουμε όταν επιχειρηματολογούμε ή όταν κρίνουμε τα επιχειρήματα άλ­λων.**

**Σε αυτή την ενότητα συνοψίζουμε τους βασικότερους κανόνες που πρέπει να ακολουθούμε για να δια­τυπώ-σουμε ένα σωστό επιχείρημα και δίνουμε έμφαση και σε μερικά άλλα σημεία που δεν εξετάσαμε αναλυτικά έως τώρα.**

**6.1. Βασικοί Κανόνες για τη Διατύπωση Σωστού Επιχειρήματος**

**(Α) Είτε γράφουμε ένα επιχείρημα είτε διαβάζουμε ένα**

**κείμενο που περιέχει επιχειρήματα, το πρώτο πράγμα που ρωτάμε είναι «τι θέλω να αποδείξω;» (ή «τι θέλει να απο­δείξει ο συγγραφέας;»), δηλαδή το συμπέρασμα του επιχειρήματος.   
(Β) Να προσέχουμε να χρησιμο­ποιούμε καθαρή γλώσσα με σωστή σύνταξη. Να αποφεύγουμε μακρές περιόδους με πολλές υποτεταγμέ­νες προτάσεις. Να χρησιμοποιού-με λέξεις κατανοητές και να αποφεύ­γουμε τους νεολογι-σμούς.   
(Γ) Να παρουσιάζουμε τις σκέψεις μας με φυσικό τρόπο και με λογική σειρά, ώστε κάθε πρόταση να έρχε­ται ως συνέπεια των προηγούμε­νων. Καλό είναι να χρησιμο-ποιούμε ένα πρόχειρο χαρτί και εκεί να προσπαθούμε να φτιάχνουμε ένα σχεδιάγραμμα της ροής των ιδεών μας και να διατυπώνουμε τα επι­χειρήματά μας με σχηματική μορφή.   
(Δ) Να κάνουμε σωστή επιλογή στις προκείμενες που θα υποστηρίξουν το συμπέρασμά μας. Να προσέχουμε οι προκείμενες να εί­ναι όσο το δυνατόν πιο αξιόπιστες. Να προτιμούμε εξαρτημένες προ­κείμενες που υποστηρί-ζουν το συμπέρασμα σε συνδυασμό μεταξύ τους. Να προσέχουμε μήπως ξεχά­σαμε κάποια προκείμενη και το επιχείρημά μας είναι ελλειπτικό.   
(Ε) Αν το συμπέρασμα μας πρέπει να υποστηριχθεί από πολλές από­ψεις, να προσπαθούμε να διακρί­νουμε όλες τις σκοπιές από τις οποίες μπορούμε να εξετάσουμε το θέμα μας και να ξεχωρίζουμε τα αντίστοιχα επιχειρήμα-τα.   
(Ζ) Να ελέγχουμε με κάθε τρόπο τις αρχικές μας προκεί-μενες. Είναι οι πηγές μας αξιόπιστες; Μην ξεχνάμε να αναφερόμαστε στις πηγές μας.   
(Η) Να προσέχουμε ώστε οι λέξεις που χρησιμοποιούμε να έχουν πάντα την ίδια σημασία. Αν χρησι­μοποιούμε λέξεις που έχουν πολλές σημασίες, να ξεκαθαρίζουμε με ποια σημασία τις χρησιμοποιούμε. Να ορίζουμε τεχνι-κούς όρους ή άλ­λες λέξεις, όταν είναι αναγκαίο.**

**90 / 170-171**

**(Θ) Σε κάθε επιχείρημα που χρησι­μοποιούμε, και ιδιαί-τερα αν είναι παραγωγικό, να προσέχουμε αν είναι σω-στά δομημένο, αν πράγματι το συμπέρασμα εξάγεται από τις προκείμενες και να προσπαθούμε να διακρίνουμε σε ποιο είδος επιχειρημάτων ανήκει.   
(I) Να εξετάζουμε όλες τις τυχόν αντιρρήσεις που κάποιος θα μπορούσε να διατυπώσει για το επιχεί­ρημά μας. Να προσπαθούμε να τις αντικρούσουμε με άλλα επιχειρή­ματα ή να βελτιώσουμε το επιχεί­ρημα με τέτοιο τρόπο, ώστε να γίνει ανθεκτικό στις αντιρρήσεις αυτές.**

**91 / 171-172**

**6.2. Μερικά Άλλα Λάθη που Πρέπει να Αποφεύγουμε**

**Υπάρχουν μερικά λάθη που συχνά συναντάμε σε κείμενα. Αυτά τα λάθη πρέπει να είμαστε ικανοί να τα αναγνωρίζουμε και να τα απο­φεύγουμε όταν εμείς γράφουμε ένα κείμενο.   
(Α) Πολλές φορές αποφεύγουμε σε ένα επιχείρημα να διατυπώσουμε μια προκείμενη. Αυτό γίνεται είτε από απροσεξία και βιασύνη, είτε επειδή θεωρήσαμε την προκείμενη αυτή ως κάτι προφανές. Από τις πιο συ-νηθισμένες περιπτώσεις εί­ναι να παραλείπουμε να ορίσουμε αμφισβητούμενους όρους καθώς και την υ-ποθετική πρόταση στην περίπτωση του παραγωγικού επι­χειρήματος του τύπου modus ponens. Έτσι λέμε: «βρέχει. Πήρα την ομπρέλα μου», ενώ το σωστό είναι:**

**Όταν βρέχει παίρνω την ομπρέλα μου.   
Βρέχει   
Πήρα την ομπρέλα μου.**

**Ας δούμε τώρα ένα παράδειγμα πιο σύνθετο: Ο κλέφτης πρέπει να έφυγε από την έξοδο κινδύνου [Σ]. Δε βρίσκε-ται στο κτίριο τώρα [Π1], δεν τον είδανε να φεύγει [Π 2] και υπήρχαν φύλακες προσεκτικοί στις δύο εισόδους [Π3].**

**Στο παραπάνω επιχείρημα οι δυο προκείμενες δεν είναι αρκετές για να βγει το συμπέρασμα. Αυτό γίνε­ται, μόνο αν προστεθεί μια τέταρτη προκείμενη [Π4]: «Στην έξοδο κιν­δύνου δεν υπήρχε φύλακας». Αν όμως παρατηρή-σουμε προσεκτικά το επιχείρημα, βλέπουμε ότι ακόμα και έτσι είναι ελλειπτικό. Από τις προκείμενες Π2 και Π3 αυτό που εξάγεται είναι ότι «ο κλέφτης δεν έφυγε από τις δύο εισόδους» [Π5]. Από την Π1 βγαίνει το συμπέ­ρασμα ότι «ο κλέφτης έφυγε από το κτίριο» [Π6]. Τώρα οι Π2 και Π4 βγάζουν το συμπέρασμα ότι «ο κλέφτης θα μπορού-σε να βγει απα­ρατήρητος από την έξοδο κινδύ­νου» [Π7]. Και το συμπέρασμα Σ βγαίνει από τις Π6+Π5+Π7, αν προστεθεί μια ακόμα προκείμενη [Π8]: «Εκτός από τις ει-σόδους και την έξοδο κινδύνου δεν υπάρχει άλλος τρό-πος διαφυγής». βλέπουμε λοιπόν πως σε ένα επι­χείρη-μα που φαίνονταν απλό, μας λείπανε πέντε προκείμενες, οι τρεις από τις οποίες ήταν ενδιάμεσα συμπεράσματα από άλλες. Η σχη­ματική μορφή του πλήρους επιχει­ρήμα-τος, όπως διαμορφώθηκε τώρα είναι η εξής:**

**92 / 172-173**

**Π1 Π2+Π3 Π2+Π4**

**Π6 + Π5 + Π7 + Π8**

**Σ**

**93 / 173**

**Άσκηση 1**

**Για κάθε ένα από τα παρακάτω επι­χειρήματα να εντοπί-σετε τις προ­κείμενες (παραδοχές) που έχουν παραλει-φθεί. Να διατυπώσετε τα επιχειρήματα σε σχηματική μορφή.   
(α) Η αύξηση του αστικού πληθυσμού στην Ευρώπη έχει πιέ­σει τους αγρότες να αυξήσουν την παραγωγή τους. Αυτό έγινε με τη χρήση από μέρους τους μεγάλων μηχα-νημάτων εξοικονόμησης ερ­γασίας, που είχε ως συνέπεια πε­ρισσότεροι αγρότες να μεταφερ­θούν στις πόλεις. Έτσι, ο αγροτικός πληθυσμός, που παλιά ήταν η πλειοψηφία, τώρα είναι ένα μικρό ποσοστό του συνολικού πληθυ-σμού και έχει χάσει την πολι­τική του δύναμη.   
(β) Υπάρχει πολύ μεγαλύτερο πο­σοστό καρδιακών προσβολών στους καπνιστές, παρά σε αυτούς που δεν καπνίζουν. Υποθέσανε ότι η αιτία της αρτηριοσκλήρωσης στους καπνιστές είναι η νικοτίνη. Σήμερα φαίνεται ότι η πραγματική αιτία είναι το μονοξείδιο του άν­θρακα. Σε πει-ράματα, όπου ζώα εκτέθηκαν για πολλούς μήνες σε μονοξείδιο του άνθρακα, φάνηκαν αλλαγές στα τοιχώμα-τα των αρτη­ριών τους παρόμοιες με αυτές της αρτηριο-σκλήρωσης.**

**(γ) Ο άνθρωπος έχει σήμερα τη δύ­ναμη να καταστρέψει ή να προστα­τέψει την άγρια φύση. Τα περισσό­τερα από τα φάρμακα που χρησι­μοποιήθηκαν τα τελευταία πενήντα χρόνια προέρχονται από άγρια φυτά. Αν αυτά τα φυτά δεν υπήρ­χαν, η ιατρική δε θα είχε προοδεύ­σει τόσο πολύ και πολλές ανθρώ­πινες ζωές θα είχαν χαθεί. Είναι, επομέ-νως, σημαντικό για το μέλλον της ιατρικής η διατήρηση της άγριας φύσης.**

**(Β) Παρ' όλο που οι περισσότερες λέξεις που χρησιμο-ποιούμε στο λόγο μας έχουν σαφή σημασία, υπάρχουν και άλλες που, αν δεν δι­ευκρινίσουμε με ποιο τρόπο τις χρησιμοποιούμε, είναι δυνατό να έχουμε παρερμηνείες. Για παράδειγμα, όταν μιλάμε για "οικο­νομική πρόοδο", άλλοι μπορεί να εννοούν «την αύξηση του εισοδή­ματος του μέσου εργαζόμενου» και άλλοι «την αύξηση των κερ-δών των μεγάλων επιχειρήσεων». Πρέπει λοιπόν να αποφεύγουμε να χρησι­μοποιούμε την ίδια λέξη με δύο διαφορετικές σημασίες στο ίδιο κεί­μενο και να ξεκαθα-ρίζουμε κάθε φορά με ποια σημασία χρησιμο­ποιούμε τέτοιες έννοιες.**

**94 / 173-174**

**(Γ) Πρέπει να προσέχουμε να μη χρησιμοποιούμε ασυνεί-δητα κά­ποια παραλλαγή του συμπεράσμα­τος, για να υποστηρίξουμε το συμπέρασμα:   
Για παράδειγμα: «Ο Θεός υπάρχει, γιατί το γράφει η βίβλος που λέει πάντα αλήθεια, επειδή είναι ένα θε­ό-πνευστο έργο». Το επιχείρημα αυτό είναι λανθασμένο, γιατί μια προκείμενη «η βίβλος είναι ένα θε­όπνευστο έργο» προϋποθέτει το συμπέρασμα μας. Δηλαδή, για να είναι η βίβλος θεόπνευστη, πρέπει να υπάρχει Θεός. Άρα χρησιμοποι­ήσαμε την «ύπαρξη του Θεού», για να αποδείξουμε την «ύπαρξη του Θεού». Το λογικό αυτό σφάλμα το ονομάζουμε και λήψη του ζητουμέ­νου.**

**(Δ) Να προσέχουμε να μη βγάζουμε συμπεράσματα χρησιμοποιώντας την αιτιολογία της άγνοιας. Ας δούμε πάλι ένα παράδειγμα: «Με­ρικοί ισχυρίζονται ότι στην Ιαπωνία γίνονται βασανιστήρια. Αλλά εγώ δε γνωρίζω στοιχεία που να επιβε­βαιώνουν ότι στην Ιαπωνία γίνο-νται βασανιστήρια. Άρα αυτοί που το ισχυρίζονται ψεύ-δονται. Επομένως, στην Ιαπωνία δεν γί­νονται βασανι-στηρια». Το συμπέ­ρασμά μας δεν είναι ισχυρό, γιατί το ότι δε γνωρίζω κάτι δεν μπορεί να θεμελιώσει ένα συ-μπέρασμα, είτε υπέρ είτε κατά.**

**Σκεφθείτε τη Γερμα­νία του Χίτλερ. Οι πε­ρισσότεροι Γερμανοί δε γνώριζαν ότι υπήρχαν στρατό­πεδα συγκε-ντρώ­σεως. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι δεν υπήρχαν. Για να είναι ισχυρό το επιχείρημα, πρέπει να πούμε: «Αλλά παρά τη συστη­ματική έρευνα που έγινε από αντι­κειμενι­κούς διε­θνείς οργανισμούς σε όλη την Ιαπωνία, δε βρέθηκαν στοιχεία ούτε υπήρξαν μαρτυρίες για βασα­νιστή­ρια».**

**95 / 174-175**

**(Ε) Ένα ακόμα σημείο που πρέπει να προσέχουμε, είναι στις περιπτώσεις όπου έχουμε ένα σύ­νολο και τα μέρη ή τα στοιχεία από τα οποία αποτελείται (για παράδειγμα, μια ποδοσφαιρική ομάδα και οι παίκτες από τους οποί-ους αποτελείται, το πλήρωμα ενός πλοίου και οι ναύτες που το αποτελούν κτλ.)**

**Στις περιπτώσεις αυτές δεν είναι βέβαιο ότι τις ιδιότητες που έχει το σύνολο τις έχουν και τα μέρη του, ή και το α-ντίστροφο. Τούτο συμβαίνει γιατί, πολλές φορές, το σύ-νολο εί­ναι κάτι περισσότερο από το άθροισμα των μερών του. Έτσι, έντεκα καλοί ποδοσφαιριστές δεν είναι βέβαιο ότι φτιάχνουν και μια καλή ομάδα (μπορεί να μη συνερ­γάζονται μεταξύ τους, να μην ακούνε τον προπονητή κτλ.). Ομοίως πάλι σε μια καλή ομάδα μπορεί μόνο οι μι-σοί παίκτες να εί­ναι πραγματικά καλοί.**

**Άσκηση 2**

**Να εντοπίσετε τα σφάλματα στα παρακάτω επιχειρή-ματα:   
(α) Έχουν διασωθεί πολλά αρχαία ιατρικά κείμενα. Σε κανένα από αυτά δεν αναφέρονται περιπτώσεις καρ-κίνου. Φαίνεται λοιπόν ότι η ασθένεια του καρκίνου δεν υπήρχε κατά την αρχαία εποχή.   
(β) Η καλύτερη ομάδα μπάσκετ θα μπορούσε να γίνει, αν πάρουμε τους καλύτερους παίκτες από όλες τις ομάδες και φτιάξουμε μια καινούρια.   
(γ) Οι έφηβοι συχνά πάσχουν από αναιμία. Αντίθετα ό-μως από ότι πολλές φορές έχει θεωρηθεί, αυτό δεν οφεί-λεται στην έλλειψη σιδήρου στη δίαιτά τους, αλλά η έλλει-ψη αυτή είναι ένα φυσιολογικό χαρακτηριστικό της ηλι-κίας αυτής, η οποία έχει μεγαλύτερες ανάγκες σιδήρου από ότι οι άλλοι άνθρω­ποι,   
(δ) Οι νέοι σήμερα έχουν καλύτερη εκπαίδευση από ότι οι παππούδες τους. Ο Βασίλης, που είναι νέος, έχει πά­ρει καλύτερη εκπαίδευση από τον παππού του.   
(ε) Ο μάρτυρας είπε ότι είδε τον Χ κοντά στο κτίριο την ώρα που άρ­χισε η φωτιά. Αλλά γνωρίζουμε ότι ο μάρτυ-ρας είχε παλαιότερα δια­μάχη με τον Χ. Άρα, η μαρτυρία του είναι αναξιόπιστη και ο Χ δεν είναι ένοχος.   
(ζ) Υπάρχει ελευθερία βούλησης στους ανθρώπους. Γιατί οι πράξεις μας εξαρτώνται από τη βούλησή μας και σε κάθε περίπτωση είμαστε υπεύθυνοι των πράξεών μας.   
(η) Η δημοκρατία είναι το καλύτερο πολίτευμα, γιατί μόνο σε αυτό οι πολίτες αποφασίζουν για όλα τα σημαντικά προβλήματα. Οι βρετα­νοί θεωρούν ότι έχουν δημοκρατία και ότι αυτό είναι το καλύτερο πολί­τευμα, γιατί έχει την έγκριση της μεγάλης πλειοψηφίας του λαού. Αυτό όμως είναι λάθος. Στη δημοκρατία της Βρετανίας οι πολί­τες εκλέγουν κάθε τέσσερα χρόνια τους αντιπροσώπους τους που θα τους κυβερνήσουν. Σε αυτό το διάστημα η κυβέρνηση παίρνει όλες τις σημαντικές αποφάσεις για τον τόπο. Άρα, δεν αποφασίζουν οι πολίτες. Άρα η Βρετανία δεν είναι δημοκρατία και δεν έχει το καλύ­τερο πολίτευμα.**

**96 / 175-176**

**97 / 176**

**6.3. Πώς Γράφουμε ένα Κείμενο**

**Αυτό που πρέπει πρώτα από όλα να συνειδητοποιή-σουμε είναι ότι, όταν γράφουμε ένα κείμενο, δεν γράφου-με για τους εαυτούς μας. Πρόκειται να το διαβάσουν άλ-λοι. Πρέπει λοιπόν κάθε φορά να ρω­τάμε: «Είναι κατά-νοητά από τους άλλους αυτά που γράφουμε;». Επιπλέον, πρέπει να γράφουμε με διαφορετικό τρόπο, ανάλογα με το κοινό στο οποίο απευθυνόμαστε. Απευθυνόμαστε σε μαθητές, φοιτη­τές, επιστήμονες, το μέσο άν­θρωπο; Σε κάθε περίπτωση οι πληροφορίες που χρησιμοποιούμε και ο τρόπος ανάπτυξης του θέμα­τος πρέπει να προσαρ-μόζεται στις γνώσεις και τις ικανότητες του αντίστοιχου κοινού.**

**Συνήθως, όταν γράφουμε ένα κεί­μενο, ο στόχος μας είναι είτε να εξε­τάσουμε ένα θέμα είτε να υποστηρί­ξουμε μια θέση είτε να εξηγήσουμε ένα φαινόμενο. Πολλές φο-ρές όλα αυτά πηγαίνουμε μαζί. Έτσι, για παράδειγμα, αν το πρόβλημά μας είναι οι Ολυμπιακοί αγώνες, τότε πρέ-πει να εξετάσουμε το θέμα από όλες τις απόψεις, να δού-με τι πράγματι είναι σήμερα οι Ολυμπια­κοί αγώνες, να δούμε τις αιτίες που οι αγώνες διαμορφώθηκαν με αυτό τον τρόπο και ποιους σκοπούς εξυπηρετούν. Κατόπιν μπορούμε, με βάση κάποιες αρχές, να κάνουμε κριτική στο θεσμό, να εκφράσουμε θέσεις υπέρ ή κατά, από διά-φορες απόψεις, και να υποστηρίξουμε αυ­τές τις θέσεις με επιχειρήματα που θα αντλούν προκείμενες από την προ-ηγούμενη εξέταση. Βλέπουμε λοιπόν ότι η γραφή ενός επιχειρη­ματολογικού κειμένου είναι μια αρ­κετά σύνθετη δραστηριότητα.**

**98 / 176-177**

**Εκείνο που είναι το πιο σημαντικό, όταν ξεκινάμε να γράψουμε κάτι, εί­ναι να μπορούμε να διατυπώσουμε ακριβώς και με σαφήνεια, ποιο εί­ναι αυτό που θέλουμε να υποστηρί­ξουμε, δηλαδή το τελικό συμπέ­ρασμα της επιχειρηματολογίας μας. Στο συμπέρασμα αυτό υπάρ-χουν κάποιοι όροι (κοινωνία, φιλία, πε­ριβάλλον, υγεία, οικογένεια, οικο­νομική ανάπτυξη, δίκαιο κτλ.), τους οποί-ους πρέπει ίσως να ορίσουμε, δηλαδή να εξηγήσουμε τι σημαί­νουν και με ποιο τρόπο τους χρη­σιμοποιούμε.**

**Κατόπιν, πρέπει να σκεφθούμε τους λόγους με τους οποίους θα υποστηρίξουμε το συμπέρασμα. Ένα συμπέ-ρασμα, συνήθως, μπο­ρεί να εξετασθεί και να υποστη-ριχθεί από πολλές απόψεις, από κοινωνική, από οικονο-μική, από πολιτισμική κτλ. Άρα, είναι δυ­νατό να έχουμε πολλά επιχειρή­ματα που υποστηρίζουν τη θέση μας. Πρέπει λοιπόν να ξεχωρίσουμε αυτά τα επιχειρήματα και να τα δια­τυπώσουμε σαφώς, βρίσκοντας τις προκείμενές τους. Για ευκολία ίσως πρέπει να αριθμήσουμε τα επιχει­ρήματα και να συμβολίσουμε με γράμματα τις προτάσεις σε κάθε επιχείρημα.**

**Καλό είναι κατόπιν να φτιάξουμε στο πρόχειρο ένα διά-γραμμα στο οποίο να φαίνονται οι σχέσεις με­ταξύ των προτάσεων και πώς τα διάφορα επιχειρήματα συνδέο-νται μεταξύ τους και υποστηρίζουν το συμπέρασμα.**

**Ας σταματήσουμε και ας σκεφθούμε. Μήπως παραλεί-ψαμε κάποιες προκείμενες; Μήπως κά­ποιες προκείμε-νες δεν είναι βέβαιες και πρέπει να τις υποστηρίξουμε με κάποιο άλλο επιχείρημα; Πράγματι εξάγεται σωστά το συμπέρασμα; Ξαναφτιάχνουμε ένα νέο διάγραμμα μετά από τις προσθήκες και τρο­ποποιήσεις που κάναμε.**

**Ας σκεφθούμε τυχόν αντιρρήσεις που μπορεί κάποιος να φέρει στις θέσεις μας και τα επιχειρήματά μας. Ας προσπαθήσουμε να αντικρού­σουμε αυτές τις αντιρρήσεις είτε με παραδείγματα είτε με επιχειρήματα.**

**99 / 177-178**

**Κατόπιν να εντάξουμε στο διάγραμμά μας τις νέες προ-σθήκες και τροποποιήσεις και μετά να αρ­χίσουμε να γρά-φουμε το κείμενο μας ακολουθώντας τη λογική ροή του διαγράμματος.**

**Άσκηση 3**

**Γράψτε από ένα μικρό κείμενο για να πείσετε με επιχει-ρήματα παιδιά του δημοτικού σχολείου ότι: (α) Τα μαθη-ματικά είναι πολύ σημαντικό μάθημα για την εξέλιξή τους. (β) Δεν πρέπει να λένε ψέματα, (γ) Οι συμ­μαθητές τους έχουν τα ίδια δικαιώ­ματα με αυτούς.**

**Άσκηση 4**

**Γράψτε από ένα μικρό κείμενο για να πείσετε με επιχει-ρήματα τους γονείς σας ότι:**

**(α) Είναι πιο σωστό να διαλέξετε εσείς το επάγγελμα ή την επιστήμη που θα ακολουθήσετε. (β) Δεν πρέ­πει να είναι υπερπροστατευτικοί μαζί σας.**

**100 / 178**

**Άσκηση 5**

**Να πάρετε τρία θέματα παλαιότε­ρων εκθέσεων και να τα αναπτύξετε με επιχειρήματα, ακολουθώντας τις οδηγίες που σας δώσαμε παρα­πάνω.**

**Παράρτημα**

**Υποδείξεις/Απαντήσεις Ασκήσεων και Ερωτήσεων**

**ΙΙ Προτασιακή Λογική**

**Ενότητα 1**

1. **Η i δεν είναι πρόταση όπως την εννοούμε στη λογική, η ii εί­ναι ψευδής πρόταση, η iii είναι πρόταση της οποίας δεν είναι γνωστή η αληθοτιμή, η iν είναι ψευδής πρότα-ση, η ν είναι αλη­θής πρόταση, η νi είναι ψευδής πρόταση και η νii δεν είναι πρό­ταση όπως την εννοούμε στη λογική.**

**101 / 179**

1. **Αν η έκφραση Α είναι πρό­ταση, τότε δεν μπορεί να εί-ναι αληθής. Ο ισχυρισμός δεν είναι ορθός.**
2. **Οι προτάσεις της πρώτης και της τρίτης πινακίδας δεν είναι δυνατό να έχουν την ίδια αληθο­τιμή. Να διακρίνετε περιπτώσεις ως προς τις αληθοτιμές τους λαμβάνοντας υπόψη τον περιο­ρισμό που θέτει η άσκηση. Ο σωστός δρόμος είναι ο δεύτερος.**
3. **Να δικαιολογήσετε το ότι οι απαντήσεις τους έχουν την ίδια αληθοτιμή.   
   Ήταν Κυριακή.**
4. **Η απόφανσή του θα μπορούσε να είναι ψευδής πρό­ταση.**

**Ενότητα 2**

1. **Εντοπίζουμε τις προτάσεις που υπάρχουν μέσα σε αυτές τις εκφράσεις και τις αφαιρούμε (εκτός της πρώτης) ii. «…αν…», iii. «…αν και…», iv. «…μόνον εφόσον δεν…», v. «…και μετά…», vi. «…αλλά δεν…».**
2. **Να χρησιμοποιήσετε συγκεκρι­μένο παράδειγμα i. Ο "είναι αλήθεια ότι..." δεν είναι σύνδεσμος και δεν επηρε-άζει την τιμή αλήθειας, ii. Ο πίνακας αλη­θείας είναι ίδιος με εκείνον του συνδέσμου «ούτε... ούτε...».**

**Ενότητα 4**

1. **Να χρησιμοποιήσετε συγκεκρι­μένο παράδειγμα. Οι πί­νακες αλήθειας είναι ίδιοι με τον πίνακα αλήθειας του «... και...».**
2. **Η πρόταση είναι ψευδής.**
3. **Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ει-λικρινής αυτός που μίλησε. Και οι δύο εί­ναι ψεύτες.**

**Ενότητα 5**

1. **Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν είναι ψεύτης αυτός που μί­λησε. Είναι και οι δύο ειλικρινείς.**
2. **Η πρόταση είναι αληθής.**
3. **Η iν είναι ψευδής και οι υπό­λοιπες είναι αληθείς.**
4. **Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν είναι ψεύτης αυτός που μί­λησε. Ο δεύτερος είναι ψεύτης.**

**102 / 179-180**

**Ενότητα 6**

1. **Να εργαστείτε με συγκεκρι­μένο παράδειγμα, i. Ο πίνακας αλήθειας είναι ίδιος με τον πί­νακα αλήθειας της άρνησης, ii. η πρόταση που παράγεται έχει τις ίδιες αλη-θοτιμές με την πρόταση στην οποία δρα ο δεδομένος σύνδεσμος.**

**Ενότητα 7**

**1. Η πρόταση είναι αληθής**

**2. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ψευδής η δεδομένη πρόταση. Ο κάτοικος εί­ναι ειλικρινής.**

**3. Να δικαιολογήσετε το γιατί δεν μπορεί να είναι ψευδής η δε­δομένη πρόταση. Ήταν Κυριακή.**

**4. Ήταν ειλικρινής.**

**Ενότητα 8**

**1. Να διακρίνετε περιπτώσεις για την αληθοτιμή της απά-ντη­σης. Ο Γιώργος έφαγε το γλυκό.**

1. **Σκεπτόμαστε όπως και στην προηγούμενη άσκηση. Δεν υπάρχει καφενείο στο Ψευτο­χώρι.**

**Ενότητα 9**

**1. i. σωστό ii. λάθος iii. σωστό iv. λάθος v. λάθος**

**vi. σωστό vii. σωστό viii. λάθος.**

**2. Άπειροι, αφού προτάσσοντας το μπροστά από έναν τύπο παίρνουμε άλλο τύπο. Ξεκινώντας με μια προ-τασιακή μεταβλητή, π.χ. την Π, παίρνουμε τους ¬Π, ¬¬Π, ¬¬¬Π κοκ.**

**103 / 180-181**

**Ενότητα 10**

**2.i. Αληθής ii. Ψευδής iii. Αληθής.**

**Ενότητα 11**

**2. i. Π∧Ρ ii. Π→¬Ρ iii. (κάνω περίπατο: Π, έχει καλό καιρό: Ρ) Π→Ρ. Οι iv. v. vi, και vii είναι επίσης συνεπαγωγές. Να προσέξετε ποιος εί­ναι ο ηγούμενος όρος σε κάθε πε­ρίπτωση.**

**104 / 181**

**Ενότητα 12**

**1.i. (Π→ (Ρ∨Τ)) ∧ (Ρ→¬Τ) ii. Π↔(Ρ∧ Τ)**

**iii. ¬ Π∧¬ Ρ**

**Ενότητα 13**

**2. Να θυμηθούμε τον ορισμό της ταυτολογίας και της αντίφασης και τον πίνακα αληθείας της άρ­νησης, της σύζευξης κτλ.**

1. **Να θυμηθούμε τον ορισμό της λογικής ισοδυναμίας, καθώς και τον πίνακα αληθείας της σύζευ­ξης και της διάζευξης.**

**Ενότητα 14**

**1.**

**i. ii. iii.**

**Π→¬Ρ Π→( Ρ→Σ) Π∨ Ρ**

**¬ Τ Π→(¬Ρ→Τ) Ρ→¬ Τ**

**Σ→( Ρ∨Τ) Σ→Τ Τ**

**Π**

**¬ Σ Π→Τ Π**

**Ενότητα 15**

**1. Κατασκευάστε τον αντίστοιχο πίνακα αληθοτιμών. Είναι όλα έγκυρα.**

**2. i. Το αντίστοιχο σχήμα επιχειρήματος είναι το Π→Ρ , Ρ→Τ , Π→ (Ρ∧Τ), το οποίο είναι έγκυρο, ii. Το αντίστοιχο σχήμα επιχει­ρήματος είναι το Π→Ρ , Π→Τ , Π, Ρ∧Τ, το οποίο είναι έγκυρο.**

**ΙΙΙ Κατηγορηματική Λογική**

**Ενότητα 2**

**1. Α: ...είναι μαθητής/τρια του λυκείου, Β: ...γράφει ποιήματα, Γ: ...είναι ψηλή.   
γ: Γιώργος, μ: Μαρία. i. Α(γ) ii. Α(μ) iii. Β(γ) iv. Γ(μ).**

**105 / 181-182**

**Ενότητα 3**

**1. Α: ...είναι σύζυγος του/ της..., Β: ... είναι παιδί του ... και της ..., Γ: ... είναι ψηλότερος από ..., γ: Γιώργος, μ: Μαρία, δ: Δημήτρης κ: Κώστας, α: Αγγελική, ν: Νίκος, ο: Ουρανία i. Α(γ, μ) ii. Γ (γ, δ) iii. Β(μ, κ, α) iv. B (γ, ν, ο).**

**Ενότητα 4**

**1. Β: ... έχει βά­ρος, i. ∀xB(x)**

**ii. ∃xB(x) iii. ∀xB(x) iv. ∃xB(x)**

**106 / 182**

**Ενότητα 5**

**1. i. ∀x(A(x) → B(x)) ii. ∃x(A(x) ∧ B(x))**

**iii. ∀x(Γ(x) →¬Δ(x))**

**Ενότητα 6**

**1. i. ∀x∃ψA(χ, ψ) ii. ∃xAψB(χ, ψ)**

**iii. ∀x∃ψ B(χ, ψ) iv. ∃x∀ψA(ψ, χ)**

**Ενότητα 7**

**1. Τύποι είναι τα i, iii, και νi.**

**Ενότητα 8**

**1. i. ∀  x∃ψA(χ,ψ)∧ ¬ ∃ψ∀χA(χ,ψ)**

**ii. ¬ ∃χ(Λ(χ) ∨Μ(χ)) ∧∀ψΓ(ψ)**

**iii.∀χ(Β(χ,χ) → B(θ,χ))**

**iv. ¬(∃χ(Π(χ)∧Κ(χ))∨∃ψ(Ε(ψ)∧¬Κ(ψ)))**

**v. ∃χ(Κ(χ)∧∀ψ(A(ψ) →Γ(χ,ψ)))**

**vi. ∀χ(Σ(χ) →∃ψ(Σ(ψ)∧Μ(ψ,χ))).**

**Ενότητα 9**

**1.**

**i.**

**∀x(Υ(x)∨A(x))**

**∀x(Φ(x) →¬Υ(x)))**

**∀x(Φ(x) → A(x))**

**ii.**

**∀x(A(x)→Π(x)∧ Σ(χ))**

**∀x(Π(x) → Ε(x))**

**∀x(A(x)∨Π(χ) → Ε(x))**

**107 / 182-183**

**ΙV Πρακτική λογική**

**Ενότητα 2**

**1. Δηλωτικές ή αποφαντικές προτάσεις είναι οι Β,Δ,Ε.**

**2. Α: δύο απλές προτάσεις: «όλα ... φύλλα» και «αυτό ... δένδρο»**

**Β: τρεις απλές προτάσεις: «Τα ... κοινά», «το ... μέταλλο», «δουλεύε­ται... εύκολα»**

**Γ: δύο απλές προτάσεις: «Σήμερα έχει συννεφιά», «εί-ναι... βρέξει»**

**Δ: μία απλή αποφαντική πρόταση «οι καλές... πολιτι-σμού» καλυμμένη σε μια ρητορική ερώτηση.**

**3. Οι Β και Ε δεν είναι επιχειρή­ματα.**

**Συμπεράσματα:**

**Α: «Η κυβέρ­νηση... μέτρα».**

**Γ: «η κυβέρ­νηση... ύδρευση».**

**Δ: «Αλλά αυτό δεν είναι σωστό»**

**4.1 = Β, 2 =Β,3 = Α, Γ, 4 = Α, Γ.**

**5. Α = υπόθεση, Β = επιχείρημα, Γ = επιχείρημα, Δ = υπόθεση.**

**Ενότητα 3**

**1. Για να είναι συνδεδεμένες οι προκείμενες πρέπει να υποστη­ρίζουν από κοινού το συμπέ­ρασμα. Το συμπέ-ρασμα δεν εξά­γεται από κάθε μία μόνη της.**

**108 / 183**

**2. Για παράδειγμα, η Β θα μπο­ρούσε να συνδυαστεί με την «η ποιότητα της ζωής των ανθρώπων εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από την ποιότητα του φυσικού περιβάλ-λοντος». Η Δ θα μπορούσε να συνδυαστεί με την «Η διατήρηση της ποικιλίας των οικοσυστημάτων ευνοεί τη γενι­κότερη οικολογική ισορροπία στη γη».**

**3. Και στα τρία επιχειρήματα το συμπέρασμα [Σ] είναι η τελευταία πρόταση. Αν τις προκείμενες με τη σειρά που εμφανίζονται σε κάθε επιχείρημα, τις ονομάσουμε Α, Β, Γ..., τότε έχουμε τα παρα­κάτω σχήματα:**

**Γ A A Γ**

**A) Β) Γ)**

**Β+Γ Β+Γ Β + Δ**

**Σ**

**Σ Σ**

**Ενότητα 4**

**1. α) Από τις αρχαίες πηγές βλέ­πουμε ότι η δουλεία ήταν γενικευμένος θεσμός.   
β) Κατασκευάστε μια υποτιθέ­μενη στατιστική που να βγά-ζει το συμπέρασμα.   
γ) Από δύο ή τρία παραδείγματα να γενικεύσετε.**

**2. Να βρείτε το στοιχείο ομοιότη­τας ανάμεσα στις έννοιες και στηριζόμενοι σε αυτό να κατασκευάσετε τα επιχειρή-ματα.**

**3.α) Η αιτία είναι η θερμότητα της φωτιάς.   
β) Μερικές αιτίες: «άσχημοι δρό­μοι», «κακή οδική συμπε-ριφορά των ελλήνων» κτλ.   
γ) Μια πιθανή αιτία: «Η Αμερική είναι η παγκόσμια οικονο-μική υπερδύναμη».**

1. **Τα επιχειρήματα γ) και ζ) είναι έγκυρα. Τα υπόλοιπα, για να εί­ναι έγκυρα, θα μπορούσαν να γραφούν ως εξής:   
   α) Αν κάποιος καπνίζει, κινδυ­νεύει από καρκίνο του πνεύ­μονα. Ο Γιάννης δεν κινδυνεύει από καρκίνο του πνεύμονα. Άρα, ο Γιάννης δεν καπνίζει.**

**109 / 183-184**

**β) Όταν βρέχει, παίρνω την ομπρέλα μου. βρέχει. Πήρα την ομπρέλα μου.**

**δ) Όταν βρέχει, υπάρχουν σύν­νεφα. Βρέχει. Υπάρχουν σύν­νεφα.**

**ε) Οι επιστήμονες χαίρουν εκτί­μησης στην κοινωνία. Ο Κώστας είναι επιστήμονας. Άρα, ο Κώστας χαίρει εκτί-μησης στην κοινωνία.**

**η) Μερικοί έλληνες είναι αναλφάβητοι. Οι έλληνες είναι ευρω­παίοι. Άρα, μερικοί ευρωπαίοι είναι αναλφάβητοι.**

**θ) Κανείς ιταλός δεν είναι έλλη­νας. Μερικοί λονδρέζοι είναι έλ­ληνες. Άρα, μερικοί λονδρέζοι δεν είναι ιταλοί.**

**Ενότητα 5**

**1. Μπορούμε να θεωρήσουμε ότι οι προτάσεις β, δ, ε είναι γενικά αποδεκτές. Η πρόταση γ) θέλει υποστήριξη. Η πρόταση α) έχει και ιδεολογικό περιεχόμενο, το οποίο μπορεί σε μερικούς να δημιουργεί αμφιβολίες για το κατά πόσον είναι αληθής.**

**2. Δεν είναι ανάγκη να βρείτε συγκεκριμένη πηγή για να ανα­φερθείτε. Μπορείτε να αναφερ­θείτε σε μια υποθετική αυθεντία. Είναι καλό να μάθει ο μαθητής να παραπέμπει με το σωστό τρόπο.**

**Ενότητα 6**

**1. Παραδοχές που έχουν παρα­λειφθεί είναι οι εξής:   
α) «Η πολιτική δύναμη των αγροτών εξαρτάται από το πλή­θος τους σε σχέση με το συνο­λικό πληθυσμό».   
β) 1. «Οι καπνιστές εισπνέουν μεγαλύτερες ποσότητες μονοξει­δίου του άνθρακα από ότι οι μη καπνιστές». 2. «Η εισπνοή μονο­ξειδίου του άνθρακα έχει τις ίδιες επιπτώ-σεις στον άνθρωπο με αυτές στα ζώα».   
γ) «Η ανάπτυξη φαρμάκων από άγρια φυτά πιθανότατα θα συνε­χιστεί και στο μέλλον».**

**110 / 184-185**

**2.α) Επιχείρημα από άγνοια, β) Αποδίδουμε την ιδιότητα των μερών στο όλο. γ) Η λέξη "έλλειψη" χρησιμοποιείται με δύο διαφορετικές σημασίες, δ) Αποδίδουμε μια ιδιότη-τα ενός όλου σε ένα από τα μέρη του. ε) Επιχείρημα από άγνοια, ζ) Λήψη του ζητουμένου. Γιατί, για να εί­μαστε υπεύθυνοι για τις πράξεις μας πρέπει να έχουμε δυνατό­τητα επιλογής και άρα ελευθερία βούλησης, η) Η λέξη "δημοκρα­τία" και η έκφραση "το καλλίτερο πολίτευμα" χρησιμοποιούνται με δύο διαφορετικές σημασίες.**

**3. Να προσέξουν οι μαθητές να γράψουν επιχειρήματα με πολύ απλό και κατανοητό για μικρά παιδιά τρόπο. Οι προκείμενες που θα επιλεγούν να ανταποκρί­νονται στις γνώσεις και τη νοοτροπία των παιδιών του δη­μοτικού. Συγχρόνως να διατηρη­θεί η λογική αναγκαιότητα των επιχειρημάτων.**

**4. Να προσπαθήσουν οι μαθητές να μπουν στη νοοτρο-πία των γονέων τους, ώστε τα επιχειρή­ματά τους να είναι πειστικά γι' αυτούς.**

1. **Τα θέματα να αναπτυχθούν με πληρότητα. Να δοθεί ιδιαίτερη σημασία στη σωστή οργάνωση και δομή της επιχειρηματολο­γίας.**

**111 / 185-186**

**Απαντήσεις στις εκτός κειμένου**

**Ιστορίες**

**Ιστορία 1**

**Σχόλιο: Ο Ράσελ βέβαια δεν απέδειξε ότι αυτός είναι ο Πάπας! Απλά ισχυρίστηκε ότι η συνεπα­γωγή «Αν 2+2=5, τότε εγώ είμαι ο Πάπας», είναι αληθής, πράγμα που ισχύει με βάση τον πίνακα αλήθειας του συνδέσμου αυτού (α-φού η υπό­θεση, δηλαδή η πρόταση «2+2=5», είναι ψευδής).**

**112 / 186**

**Ιστορία 2**

**Απάντηση: η τελική κατάταξη των ομάδων ήταν: Ε, Ζ, Δ, Α, Β, Γ.**

**Λύση: Ας ονομάσουμε p1, p2 τις προβλέψεις του προπο-νητή της ομάδας Α, Ρ3, Ρ4 τις προβλέψεις του προπο-νητή της ομάδας B, ..., p11, p12 τις προβλέψεις του προπονητή της ομάδας Ζ. Γνωρίζουμε κατ' αρχήν ότι ακριβώς τρεις από τις p1-p12  είναι αληθείς, ενώ οι υπό-λοιπες είναι ψευδείς. Λόγω του νοήματος των p1-p12, μερικές από αυτές, για παράδειγμα οι p7, p12, αντιφά-σκουν μεταξύ τους.**

**Είναι δυνατόν η β να ήρθε πρώτη; Αν αυτό ήταν αλήθεια, θα έπρεπε, οι p3, p4 να είναι και οι δυο αληθείς, οπότε θα έπρεπε η Ζ να ήταν πρώτη, άτοπο! Άρα δεν ήρθε η β πρώτη. Όμοια δείχνουμε ότι ούτε η Γ ούτε η Δ ήρθε πρώτη.**

**Μήπως άραγε ήρθε η Α πρώτη; Έστω ότι «ναι». Τότε ο προπονη­τής της έκανε δύο σωστές προβλέ­ψεις δηλαδή αληθεύουν οι p1, p2, δηλαδή αληθεύει ότι η β ήρθε δεύ­τερη και η Ζ πέμπτη. Επειδή η β ήρθε δεύτερη ο προπο-νητής της έκανε μια σωστή πρόβλεψη, δη­λαδή μόνο μια από τις p3, p4 αληθεύει. Προφανώς όμως η p3 δεν αλη-θεύει, αφού αντιφάσκει με την p2 που αληθεύει, άρα αλη­θεύει η p4. Αν όμως αληθεύει η ρ4, δεν είναι δυνατό η β να ήρθε δεύ­τερη. Άρα δεν ήρθε πρώτη η Α. Όμοια προκύ-πτει ότι δεν ήρθε πρώτη η Ζ. Άρα έπεται ότι ήρθε πρώτη η Ε. Τότε αληθεύουν οι p9, p10, άρα η Β ήρθε πέμπτη και η Δ τρίτη. Τότε είναι ψευδείς, οι p3, p4 και οι p7, p8, συνε-πώς η Γ δεν ήρθε δεύτερη και η Γ δεν ήρθε τέ­ταρτη. Μέ-νει λοιπόν, η περίπτωση ότι η Γ ήρθε έκτη. Αφού ο προ-πο­νητής της Α έκανε και τις δύο προβλέψεις λάθος, δεν μπορεί η ομάδα του να τελείωσε δεύτερη (αφού τότε μια από τις προβλέψεις του θα ήταν σωστή), άρα η Α ήρθε τέταρτη. Η μόνη ομάδα που μένει για τη δεύτερη θέση είναι η Ζ.**

**Ιστορία 3**

**Λύση Ας ονομάσουμε p1,... p20 τις απαντήσεις που έδωσαν κατά σειρά ο Αδάμ, η Εύα κ.λπ., Από όσα γνω-ρίζουμε, έχουμε για τις ομάδες προτάσεων p1-p4, p5-p8, p9-p12, p13-p16 , p17-p20 ότι μια περιέχει ακριβώς τέσ-σερις αληθείς προτά­σεις, μια ακριβώς τρεις αληθείς, μια ακριβώς δυο αληθείς, μια ακριβώς μια αληθή πρόταση και μια δεν πε­ριέχει αληθή πρόταση. Ο ένοχος θα προκύ-ψει από το σύνολο στο οποίο υπάρχουν ακριβώς τέσσε-ρις αληθείς προτάσεις, αφού η κάθε ομάδα περιέχει μια κατηγορία. Είναι άραγε δυνατόν οι προτάσεις P13-P16 να είναι όλες αληθείς; Όχι, διότι οι P13, Ρ16  προφανώς αντιφά-σκουν. Είναι μήπως δυνατόν οι προτάσεις p9-p12 να εί-ναι όλες αληθείς; Όχι, δι­ότι τότε θα ήταν η p12  αληθής ο-πότε θα ήταν οι p17-p20  αληθείς, πράγμα, αδύνατο, αφού τότε και ο Κάιν και το φίδι θα είχαν διατυπώσει ακρι­βώς τέσσερις αληθείς προτάσεις.**

**113 / 187**

**Επομένως υπάρχουν οι εξής τρεις περιπτώσεις:**

**α) όλες οι p1-p4 είναι αληθείς**

**β) όλες οι p5-p8 είναι αληθείς**

**γ) όλες οι p17-p20 είναι αληθείς.**

**Ας εξετάσουμε πρώτα την περίπτωση όλες οι προτάσεις του Αδάμ να είναι αληθείς. Τότε θα έχουμε τον εξής κατάλογο τιμών αλήθειας, με βάση το περιεχόμενο:**

**114 / 187-188**

**P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10**

**A A A A Ψ Α Ψ Α Ψ Α**

**P11 P12 P13 P14 P15 P16 P17 P18 P19 P20**

**; Ψ Ψ ; Ψ Ψ Ψ Ψ ; ;**

**115 / 188**

**Τότε όμως και η Εύα και ο Κάιν και ο Άβελ και το φίδι έχουν πει τουλά­χιστον δύο ψέματα ο καθένας οπότε δεν υπάρχει κανείς που είπε ακριβώς ένα ψέμα, άτοπο.**

**Ας υποθέσουμε στη συνέχεια ότι όλες οι προτάσεις του φιδιού είναι αληθείς. Τότε θα έχουμε τον εξής κατάλογο:**

**116 / 188**

**P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 P8 P9 P10**

**Ψ Ψ ; ; Ψ Α ; Ψ Ψ Α**

**P11 P12 P13 P14 P15 P16 P17 P18 P19 P20**

**Ψ Α Ψ Α ; Ψ Α Α Α Α**

**117 / 188**

**Τότε όμως κανείς δεν θα έχει ακρι­βώς τρεις αληθείς προτάσεις, άτοπο. Μένει λοιπόν η περίπτωση η Εύα να έχει τέσσερις αληθείς προτάσεις, οπότε η αλήθεια είναι ότι ο Αδάμ έφαγε το μήλο. (Προ­κύπτει επίσης ότι το φίδι έχει τρεις αληθείς προτάσεις, ο Άβελ δύο αληθείς, ο Κάιν μια και ο Αδάμ κα­μιά).**

**Ιστορία 4**

**Λύση** **Ας ονομάσουμε p1,..., p9 τις απαντήσεις για τα χαρ-τιά (κατά σειρά) του Κώστα, του Νίκου και της Γεωρ-γίας. Από τις υποθέσεις προκύπτει ότι ένας από τους τρεις είχε ακριβώς τρεις σωστές απαντήσεις, ένας είχε ακριβώς δυο σωστές και ο τρίτος δεν είχε καμιά σωστή.**

**Αν οι p1-p3 ήταν αληθείς, τότε θα ήταν και οι p4, p6, p8αληθείς, οπότε ο Κώστας θα είχε τρεις σωστές απα-ντήσεις, ο Νίκος δύο και η Γε­ωργία μια, πράγμα που αποκλείε­ται. Αν οι p7-p9 ήταν αληθείς, τότε θα ήταν η p2  αληθής, που πάλι αποκλείεται (αφού κανείς δεν είχε ακριβώς μια σωστή απάντηση).**

**Άρα οι p4-p6 είναι αληθείς, πράγμα που συμβιβάζεται με το ότι ακριβώς δυο από τις p1-p3 είναι αληθείς και καμιά από τις p7-p9 δεν είναι αλη­θής.**

**Ιστορία 5**

**Λύση**  **Από την υπόθεση β), ο καλύ­τερος και ο χειρότερος τενίστας έχουν την ίδια ηλικία. Από την υπόθεση α) ο/η δίδυμος του καλύ­τερου τενίστα και ο χειρότερος τε­νί-στας είναι διαφορετικά άτομα. Προφανώς ο/η δίδυμος του καλύτε­ρου τενίστα έχει την ίδια ηλικία με τον καλύ-τερο τενίστα. Άρα υπάρ­χουν τρεις άνθρωποι της ίδιας ηλι­κίας: ο καλύτερος τενίστας, ο/η δί­δυμος του και ο χει-ρότερος τενίστας.**

**118 / 188-189**

**Φυσικά ο κ. Παπαδόπουλος δεν μπορεί να έχει την ίδια ηλικία με κάποιο παιδί του, άρα τα παιδιά του έχουν την ίδια ηλικία με την αδελφή του κ. Παπαδόπουλου. Αφού κανένα παιδί του κ. Παπαδό­πουλου δεν μπορεί να είναι δίδυμο με την αδελφή του κ. Παπαδόπου­λου, έπεται ότι ο γιος και η κόρη του κ. Παπαδόπουλου είναι δίδυ­μοι. Επειδή ο γιος και η αδελφή του κ. Παπαδόπουλου έ-χουν αντίθετο φύλο, έπεται από την α) ότι ο χει­ρότερος τενίστας είναι η αδελφή και ο καλύτερος η κόρη του κ. Παπα­δόπουλου.**

**119 / 189**

**Ιστορία 6**

**Λύση**  **Ας καλέσουμε p1, την πρό­ταση «Ο Αλέκος είναι ψηλός», p2 την «Ο Αλέκος είναι μελαχρινός», p3την «Ο Αλέκος είναι ωραίος» και p4, p5, p6 τις αντίστοιχες προ-τάσεις για το Βασίλη, p7, p8, p9 τις αντίστοιχες προτά-σεις για το Γιώργο και p10, p11, p12  τις αντίστοι­χες προ-τάσεις για το Δημήτρη.**

**Από την αρχική υπόθεση προκύπτει ότι ακριβώς μια ομάδα από τις p1-p3, p4-p6,p7-p9,p10-p12 έχει όλες τις προτάσεις της αληθείς (αφού μόνο ένας από τους άν-δρες έχει όλα τα επιθυμητά χαρακτηριστικά).**

**Η υπόθεση α) λέει τα εξής: ακριβώς τρεις από τις p1, p4, p7, p10 είναι αληθείς, ακριβώς δυο από τις p2, p5, p11 είναι αληθείς και ακριβώς μια από τις p3, p6, p9, p12 είναι αληθής.**

**Η υπόθεση β) λέει ότι τουλάχιστον μια από τις p1-p3, τουλάχιστον μια από τις p4-p6, τουλάχιστον μια από τις p7-p9 και τουλάχιστον μια από τις p10 -p12 είναι αληθής.**

**Η υπόθεση γ) λέει ότι οι τιμές αλή­θειας των p1-p3 είναι ίδιες με αυτές των p4-p6.**

**Η υπόθεση δ) λέει ότι οι p4, p7 είναι είτε αληθείς είτε ψευδείς και οι δυο.**

**Τέλος, η υπόθεση ε) λέει ότι μια από τις p7, p10 είναι ψευδής.**

**Αρχίζουμε τώρα να αντιστοιχούμε τιμές αλήθειας στις p1, ..., p12. Επειδή ισχύουν οι γ), δ) οι p1 p4, p7 είναι α-ληθείς. Άρα, με βάση την ε), η p10 είναι ψευδής. Λόγω της β), τουλάχιστον μια από τις p11, p12 είναι αληθής, δηλαδή ισχύει μια από τις εξής περιπτώσεις:   
1) p11 Α, p12 Α**

**2) p11 Α, p12 Ψ**

**3) p11Ψ, p12 Α**

**Όμως μόνο ο ιδανικός άνδρας για τη Μαρία είναι ωραίος και ο Δημήτρης δεν είναι αυτός (αφού δεν είναι ψηλός), άρα η πρώτη και η τρίτη περίπτωση δεν είναι απο­δε-κτές. Συνεπώς η τιμή της p11 είναι Α και της p12 είναι Ψ. Λόγω της α), μόνο δύο από τις p2, p5, p8, p11 είναι αλη-θείς και λόγω της γ) οι p2, p5 έχουν την ίδια τιμή. Αν οι p2, p5 είχαν τιμή Α, τότε θα υπήρχε αντίφαση, αφού (εί-δαμε ότι) και η p11, είναι Α. Συνεπώς οι p2, p5 είναι ψευ-δείς, οπότε η p8 είναι αληθής.**

**Προφανώς τώρα στους Αλέκο, Βασίλη και Δημήτρη λεί-πει τουλά­χιστον ένα επιθυμητό χαρακτηριστικό, άρα ο Γιώργος εί­ναι ο ιδανικός άνδρας για τη Μαρία.**

**Ιστορία 7**

**Λύση** **Ας καλέσουμε p1 την πρόταση «ο Κώστας είναι μελετηρός», p2 την «Ο Κώστας θα περάσει στα Μαθη­ματικά» και p3 την «Ο Κώστας θα περάσει στην Πληρο-φορική», p4 την «Ο Νίκος είναι μελετηρός», p5 την «Ο Νίκος θα περάσει την Πληροφορική», p6 την «Ο Νίκος θα περάσει στα Μαθηματικά», p7 την «Ο Χάρης είναι μελετηρός» και p8 την «Ο Χάρης θα περάσει στα Μαθη-ματικά».**

**120 / 189-190**

**Από αυτά που είπαν οι τρεις μαθη­τές, ξέρουμε ότι είναι αληθείς οι εξής προτάσεις:**

**α) (¬p1) →(¬p2)**

**β) p1→ p3**

**γ) (¬p4) →(¬p5)**

**δ) p4→ p6**

**ε) (¬p7) →(¬p8)**

**στ) p7→ p8**

**Έστω ότι p1 είναι αληθής. Τότε, λόγω της β) και η p3 είναι αληθής.**

**Άρα, λόγω της υπόθεσης 2), η p2 είναι ψευδής. Όμως υπάρχει μόνο ένας μελετηρός μαθητής, άρα οι p4 και p7 πρέπει να είναι ψευδείς. Από τις γ), ε) έπεται ότι οι p5, p8 θα είναι ψευδείς, πράγμα που αντι­φάσκει με την υπό-θεση 2) (δηλαδή ο Κώστας είναι ο μόνος που δεν θα περάσει στα Μαθηματικά). Αποκλείεται λοιπόν να είναι ο Κώστας μελετηρός. Όμοια αποκλεί­εται να είναι μελετη-ρός ο Χάρης. Άρα ο μελετηρός μαθητής είναι ο Νίκος.**

**Ιστορία 8**

**Λύση** **Έστω p1, p2, p3οι προτάσεις αντίστοιχα «Ο Α είναι ένοχος», «Ο Β είναι ένοχος», «ο Γ είναι ένοχος». Από τις υποθέσεις, έχουμε ότι**

**α) ο προτασιακός τύπος p1∧ (¬p2) →**

**p3 είναι αληθής**

**β) ο προτασιακός τύπος p3→ (p1∨p2) είναι αληθής**

**121 / 190-191**

**γ) οι προτασιακοί τύποι p1→ (¬p3), p3→ (¬p1) είναι αληθείς**

**δ) ο προτασιακός τύπος p1∨p2 ∨p3  είναι αληθής.**

**Λόγω της δ), η p1 ή p2 ή p3 είναι αληθής.**

**Αν η p2 είναι αληθής, προφανώς ο β είναι ένοχος.**

**Έστω τώρα ότι ο Α είναι ένοχος, δηλαδή η p1 είναι αληθής. Τότε δεν είναι δυνατόν ταυτόχρονα οι p2, p3να είναι ψευδείς γιατί αλλιώς ο p1∧ (¬p2) →p3 θα ήταν ψευδής. Λόγω του γ) όμως, η p3 είναι ψευδής, άρα η p2  είναι αληθής, δηλαδή ο Β είναι ένοχος.**

**Τέλος, έστω ότι ο Γ είναι ένοχος, δηλαδή η p3, είναι αληθής. Τότε, λόγω γ) η p1, είναι ψευδής.**

**Όμως, λόγω του Β), ο p1∨p2 πρέπει να εί­ναι αληθής, άρα η p2 είναι αληθής, δηλαδή ο Β είναι πάλι ένοχος.**

**Σε κάθε περίπτωση λοιπόν ο Β εί­ναι ένοχος.**

**122 / 191**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ IIΙ:  Κατηγορηματική Λογική**

**1. Εισαγωγή……………………………………..…….5**

**2. Η Δομή Υποκείμενο-Κατηγόρημα………………6**

**3. Πολυμελή Κατηγορήματα…………………….....12**

**4. Ποσοδείκτες…………………………………..……16**

**5. Ποσόδειξη σε οποιουσδήποτε Τύπους……….22**

**6. Πολλαπλή Ποσόδειξη………………………...…..28**

**7. Τύποι…………………………………………...……33**

**8. Μεταφορά σε Συμβολική Γλώσσα……………...35**

**9. Παραδείγματα Τυποποίησης Προτάσεων της**

**Φυσικής Γλώσσας και Επιχειρημάτων……….....42**

**10. Απόδοση Σημασίας στους Τύπους………………………………………….….….45**

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ IV: Στοιχεία Πρακτικής Λογικής**

**1. Επιχείρημα και Επιχειρηματολογία…………….51**

**1.1 Εισαγωγή……………………………….…….…....51**

* 1. **Η Αξία της Επιχειρηματολογίας………….54**

**2. Είδη προτάσεων: Προκείμενες-Συμπέρασμα...55**

* 1. **Προτάσεις……………………………………....55**
  2. **Προκείμενες και Συμπέρασμα…………………....57**

**2.3.Υποθετικές προτάσεις……………………….......62**

**3. Σύνδεση προτάσεων σε ένα επιχείρημα……………………………........................63**

**3.1. Συνδεδεμένες προκείμενες……………………64**

**3.2. Μη συνδεδεμένες προκείμενες………………...........66**

**3.3. Σχηματικός Τρόπος Παρουσίασης ενός Επιχειρήματος……………………………...……………..67**

**3.4. Σύνθετα Επιχειρήματα……………………..…,69**

**4. Είδη Απλών Επιχειρημάτων…………………..72**

**4.1. Επιχείρημα Διαμέσου Παραδειγμάτων……72**

**4.2. Επιχείρημα Διαμέσου Αναλογίας………………....75**

**4.3. Επιχείρημα που χρησιμοποιεί Αιτία και Αποτέλεσμα…………………………………………..…..77**

**4.4. Παραγωγικά Επιχειρήματα…........................79**

**5. Μερικοί Τρόποι Ελέγχου των Προκειμένων...85**

**5.1. Προτάσεις από την Εμπειρία………………………85**

**5.2. Προτάσεις που Στηρίζονται στην Αυθεντία..87**

**6. Μερικοί Κανόνες για Σωστή Γραφή Επιχειρημάτων…………..…………………………..90**

**6.1. Βασικοί Κανόνες για τη Διατύπωση Σωστού Επιχειρήματος……………………………………….90**

**6.2. Μερικά Άλλα Λάθη που Πρέπει να Αποφεύγουμε………………………………………..92**

**6.3. Πως Γράφουμε ένα Κείμενο………………….98**

**ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ: Υποδείξεις / Απαντήσεις Ασκήσεων και Ερωτήσεων**

**Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του**

**Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των**

**ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ**

**- ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα**

**Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να**

**διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη**

**δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη**

**«ΔIΑΤΙΘΕΤΑΙ ΜΕ ΤΙΜΗ ΠΩΛΗΣΗΣ». Κάθε**

**αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν**

**φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται**

**κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα**

**με τις διατάξεις του άρθρου 7 του νόμου 1129**

**της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α').**

**Απαγορεύεται η αναπαραγωγή οποιουδήποτε**

**τμήματος αυτού του βιβλίου, που καλύπτεται**

**από δικαιώματα (copyright), ή η χρήση του σε**

**οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη γραπτή άδεια**

**του Υπουργείου Παιδείας και Θρησκευμάτων /**

**IΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.**

**home**